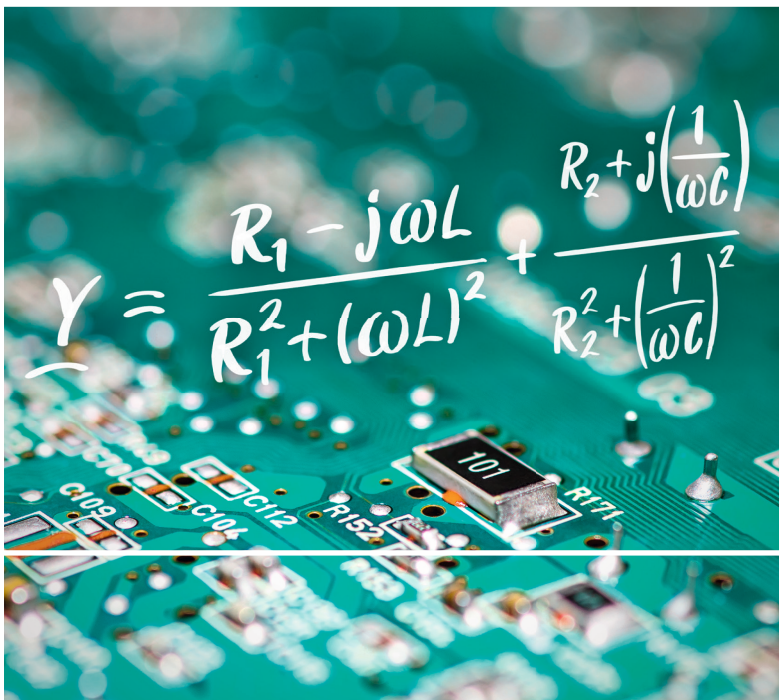


Arnold Führer
Klaus Heidemann
Wolfgang Nerreter

Grundgebiete der Elektrotechnik 3

Aufgaben



4., überarbeitete Auflage

HANSER



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Grundgebiete der Elektrotechnik

Band 1: Stationäre Vorgänge

Band 2: Zeitabhängige Vorgänge

Band 3: Aufgaben

Arnold Führer † (1940–2010)

Klaus Heidemann

Wolfgang Nerreter

Grundgebiete der Elektrotechnik

Band 3: Aufgaben

4., überarbeitete Auflage

HANSER

Die Autoren:

Arnold Führer † (1940 - 2010)

Klaus Heidemann

Wolfgang Nerreter

Bearbeitung der 4. Auflage:

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Nerreter, Lemgo



Alle in diesem Buch enthaltenen Informationen wurden nach bestem Wissen zusammengestellt und mit Sorgfalt geprüft und getestet. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Buch enthaltenen Informationen mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor(en, Herausgeber) und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht.

Ebenso wenig übernehmen Autor(en, Herausgeber) und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Buches, oder Teilen daraus, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) – auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2022 Carl Hanser Verlag München

Internet: www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Frauke Schafft

Covergestaltung: Max Kostopoulos

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelbild: © shutterstock.com/DD2020

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Printed in Germany

Print-ISBN 978-3-446-47295-2

E-Book-ISBN 978-3-446-47304-1

*Die Übung ist in allem
beste Lehrerin der Sterblichen.*
EURIPIDES (ca. 480 – 407 v. Chr.): „Andromache“

Vorwort

Was der „alte Grieche“ vor mehr als zwei Jahrtausenden formulierte, gilt unverändert auch für die Sterblichen des 21. Jahrhunderts n. Chr. Deshalb ergänzt dieser Aufgabenband, der nun in der 4. Auflage vorliegt, unser zweibändiges Lehrbuch.

Stellt man Anfängern eine Aufgabe, so suchen sie oft nach einer „passenden Formel“, welche die Lösungsgröße enthält. Sie meinen vielfach, mit einer umfangreichen Formelsammlung könnten sie jede Aufgabe ohne eigene Anstrengung lösen. Dies mag auf triviale Problemstellungen zutreffen, wenn man z. B. aus Querschnitt und Länge eines Drahtes seinen Widerstand berechnen soll; auf so etwas haben wir im Band 3 jedoch verzichtet.

Die hier gebrachten Aufgaben bauen zwar auf den im Lehrbuch erworbenen Kenntnissen auf, haben aber meist einen gehobenen Schwierigkeitsgrad und erfordern eine planmäßige Lösungssuche über mehrere Schritte. Die Aufgabenstellungen und ihre Lösungen sind abschnittsweise voneinander getrennt, weil schon ein kurzer absichtsloser Blick auf die Lösung einen entscheidenden Hinweis geben und so die Selbstständigkeit der Arbeit verhindern kann.

Die Lösungswege sind ausführlicher dargestellt als dies bei den etwa 300 Aufgaben in den Bänden 1 und 2 aus Platzgründen möglich war. Durch Sachworte können die Studierenden Lösungshilfen aus den Bänden 1 und 2 erhalten. Genauere Bezüge haben wir vermieden, weil ein Nachschlagen im Lehrtext den Lernprozess fördert.

Wir haben versucht, Aufgaben zu stellen, die zu problemorientiertem Denken anregen. So oft wie möglich werden dabei Praxisbezüge zu verschiedenen Gebieten der Elektrotechnik hergestellt, z. B. zur Funktion eines Rauchmelders, zum „Elektrosmog“ unter einer Hochspannungsleitung oder zu den Dauermagneten in einem modernen Windkraftgenerator.

Um bestimmte Aufgaben leichter wiederfinden zu können, haben wir darin vorkommende Begriffe in einem kurzen Sachwortverzeichnis zusammengefasst.

Algebraische Umformungen, das Lösen von Gleichungssystemen oder das Differenzieren und Integrieren von Funktionen werden nicht mehr ausführlich erklärt. Die Lösung mathematischer Probleme ist mit einem leistungsfähigen Mathematikprogramm wie z. B. MATLAB möglich. An einigen Stellen wird gezeigt, wie man die Lösung mit MATLAB erhalten kann. Eine kurze Einführung in dieses Programm wird im Band 1, Anhang A3 gegeben.

Da PSpice nicht mehr erhältlich ist, haben wir die BODE-Diagramme der Aufgaben 6.5, 6.6 und 6.7 mit MATLAB berechnet und gezeichnet.

Im Lösungsweg geben wir gerundete Zwischenwerte an, intern wird jedoch 16-stellig gerechnet. Beim Weiterrechnen mit den Zwischenwerten können deswegen geringe Abweichungen von unseren Ergebnissen entstehen.

Der Übungsbetrieb an Hochschulen leidet oft unter zu großer Passivität der Studierenden; die Aufgaben werden deswegen zu schnell vorgerechnet. Es hat sich bewährt, geeignete Aufgaben aus dem vorliegenden Band einer Kleingruppe von optimal drei Studierenden als „Mini-Projekt“ zum Vortrag in der folgenden Übung aufzugeben. Dies führt zu verstärkter Motivation und zu erheblichen Lernfortschritten bei der Gruppe, auch wenn der Lösungsweg nur nachgearbeitet und ausführlicher gestaltet wurde.

Wir wünschen uns, dass diese Aufgabensammlung für Lernende und auch für Lehrende hilfreich sein möge, und sind wie immer dankbar für Anregungen, Kritik und Fehlermeldungen.

Im Internet unter www.elektrotechnik-buch.de sind Informationen und Hinweise zu allen drei Bänden unseres Lehrwerks zu finden.

Dem Carl Hanser Verlag danken wir für die vertrauensvolle und erfolgreiche Zusammenarbeit.

Lemgo, 2022

Die Verfasser

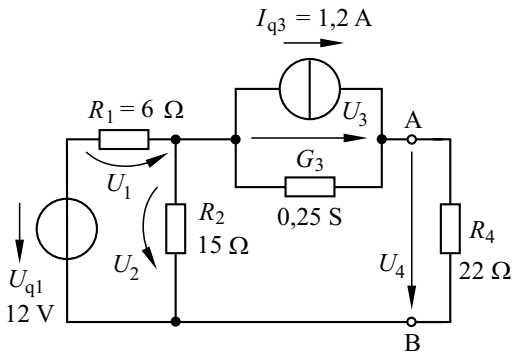
Inhaltsverzeichnis

1 Netze mit linearen Eintoren an Gleichspannung	7
Aufgaben 1.1 - 1.15	7
Lösungen 1.1 - 1.15	11
2 Netze mit nichtlinearen Eintoren an Gleichspannung	21
Aufgaben 2.1 - 2.5	21
Lösungen 2.1 - 2.5	24
3 Netze mit linearen Zweitoren an Gleichspannung	29
Aufgaben 3.1 - 3.13	29
Lösungen 3.1 - 3.13	33
4 Netze mit nichtlinearen Zweitoren an Gleichspannung	44
Aufgaben 4.1 - 4.4	44
Lösungen 4.1 - 4.4	46
5 Netze an Sinusspannung konstanter Frequenz	51
Aufgaben 5.1 - 5.15	51
Lösungen 5.1 - 5.15	55
6 Netze an Sinusspannung variabler Frequenz	66
Aufgaben 6.1 - 6.16	66
Lösungen 6.1 - 6.16	70
7 Drehstrom-Schaltungen	87
Aufgaben 7.1 - 7.5	87
Lösungen 7.1 - 7.5	88
8 Schaltvorgänge	92
Aufgaben 8.1 - 8.11	92
Lösungen 8.1 - 8.11	95
9 Nichtsinusförmige Größen	107
Aufgaben 9.1 - 9.10	107
Lösungen 9.1 - 9.10	110
10 Elektrische Felder	120
Aufgaben 10.1 - 10.10	120
Lösungen 10.1 - 10.10	123
11 Magnetische Felder	135
Aufgaben 11.1 - 11.16	135
Lösungen 11.1 - 11.16	143
Sachwortverzeichnis	160

1 Netze mit linearen Eintoren an Gleichspannung

Aufgabe 1.1

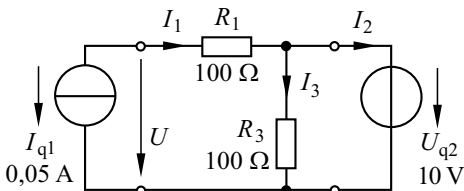
1) Berechnen Sie die Spannungen $U_1 \dots U_4$ mit dem Knotenpotenzialverfahren.



2) Entfernen Sie den Widerstand R_4 und berechnen Sie die Ersatzspannungsquelle sowie die Ersatzstromquelle für die Eintorschaltung zwischen den Klemmen A und B.

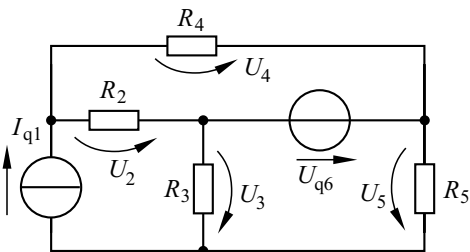
Aufgabe 1.2

1) Berechnen Sie die Stromstärken $I_1; I_2; I_3$ sowie die Spannung U .



2) Berechnen Sie die Leistungen sämtlicher Eintore und geben Sie an, welche Eintore aktiv und welche passiv wirken.

Aufgabe 1.3



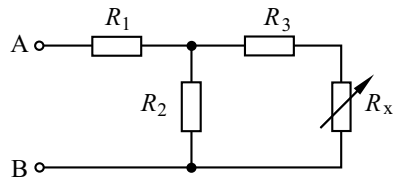
Berechnen Sie die Spannungen $U_2 \dots U_5$ mit dem Knotenpotenzialverfahren.

Gegeben sind: $I_{q1} = 0,2 \text{ A}$; $U_{q6} = 4 \text{ V}$
 $R_2 = 100 \Omega$; $R_3 = 250 \Omega$; $R_4 = 150 \Omega$; $R_5 = 50 \Omega$

Aufgabe 1.4

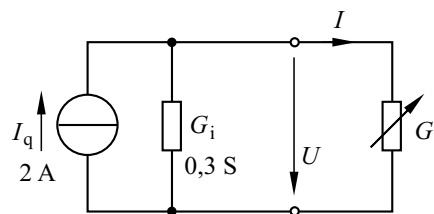
Der Widerstand R_x soll so eingestellt werden, dass er gleich dem Widerstand R_{AB} zwischen den Klemmen ist.

Stellen Sie für den Widerstand R_x eine Gleichung in allgemeiner Form auf und berechnen Sie seinen Wert für $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$.



Aufgabe 1.5

1) Wie ist der Leitwert G einzustellen, damit an den Klemmen der linearen Stromquelle die maximale Leistung abgegeben wird? Welche Werte haben dabei die Stromstärke I und die Klemmenspannung U ?

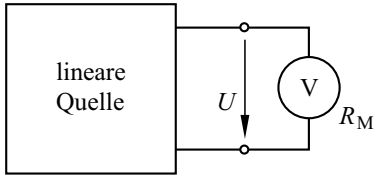


2) Bei welchem Leitwert wird an den Klemmen die Leistung $P = 1 \text{ W}$ abgegeben? Welche Werte haben dabei die Stromstärke I und die Klemmenspannung U ?

Aufgabe 1.6

Für die Gleichspannung an den Klemmen einer linearen Quelle erhält man bei der Messung mit zwei verschiedenen Messgeräten folgende Werte:

- Das Messgerät mit dem Widerstand R_{M1} zeigt die Spannung U_1 an.
- Das Messgerät mit dem Widerstand R_{M2} zeigt die Spannung U_2 an.

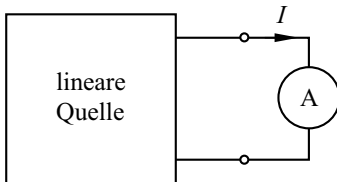


1) Welche Ersatzquellenspannung U_{qe} und welchen Ersatzinnenwiderstand R_{ie} hat die lineare Quelle?

2) Welche Werte haben U_{qe} und R_{ie} für $R_{M1} = 10 \text{ M}\Omega$, $U_1 = 1,185 \text{ V}$, $R_{M2} = 500 \text{ k}\Omega$ und $U_2 = 0,711 \text{ V}$?

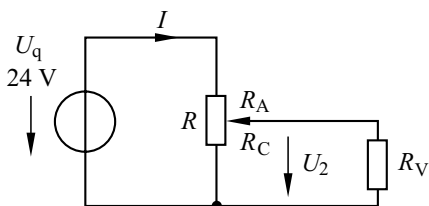
Aufgabe 1.7

Der Strom einer linearen Quelle wird mit einem Amperemeter gemessen, das in jedem Messbereich bei Vollausschlag den Spannungsabfall 100 mV hervorruft. Wird das Messgerät in den 10-mA -Bereich geschaltet, so zeigt es 8 mA an; im 100-mA -Bereich zeigt es 26 mA an.



Berechnen Sie den Ersatzquellenstrom I_{qe} und den Ersatzinnenleitwert G_{ie} der linearen Quelle.

Aufgabe 1.8

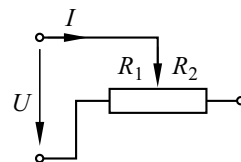


Wie ist der Teilwiderstand R_C des Stellwiderstandes $R = R_A + R_C = 100 \Omega$ einzustellen, damit sich an dem Verbraucherwiderstand $R_V = 25 \Omega$ die Spannung $U_2 = 8 \text{ V}$ ergibt?

Aufgabe 1.9

Ein Stellwiderstand $R = R_1 + R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ hat die Nennleistung 40 W .

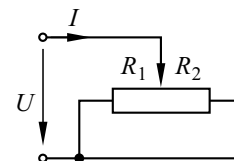
1) An welcher Nennspannung U_N darf der Stellwiderstand bei Schleifer-Endstellung ($R_1 = R$; $R_2 = 0$) betrieben werden? Wie groß ist die Stromstärke I_N des Nennstromes, der dabei fließt?



2) Der Widerstand R_1 wird auf den Wert 240Ω eingestellt, und der Strom I fließt lediglich durch R_1 . Welche höchste Spannung U_{max} bzw. welche höchste Stromstärke I_{max} sind dabei zulässig?

3) Die Parallelschaltung von R_1 und R_2 soll den Widerstand 240Ω aufweisen. Wie sind R_1 und R_2 zu wählen? Welche höchste Spannung bzw. welche höchste Stromstärke sind dabei zulässig?

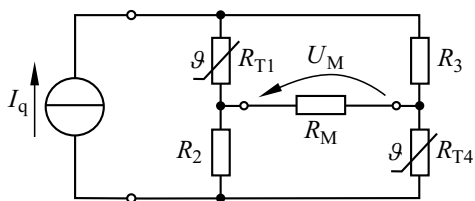
4) Welchen Stellbereich hat die Parallelschaltung?



Aufgabe 1.10

Die Widerstände R_{T1} und R_{T4} der Brücke für die Temperaturmessung in einem Wärmeschrank haben den gleichen Wert R_T und den TK $\alpha_{20W} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Die Widerstände $R_2 = R_3 = 1,5 \text{ k}\Omega$ mit dem TK $\alpha_{20B} = 40 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ sind außerhalb des Wärmeschrankes angebracht; sie werden auf der konstanten Temperatur 20°C gehalten.

Die Spannung am Widerstand $R_M = 10 \text{ M}\Omega$ liefert die Messgröße, die – entsprechend umgewandelt – als Temperatur in $^\circ \text{C}$ angezeigt wird.



- 1) Die Brücke soll bei 20 °C abgeglichen sein. Welcher Wert R_T ist hierfür erforderlich?
 - 2) Bestimmen Sie die Ersatzspannungsquelle der Brücke als Funktion der Wärmeschranktemperatur ϑ_W .
- Rechnen Sie bei den folgenden Teilaufgaben auf fünf Stellen genau.
- 3) Bei $\vartheta_W = 100$ °C soll die Spannung am Messgerät den Wert $U_M = 0,8$ V haben. Bestimmen Sie den erforderlichen Quellenstrom I_q .
 - 4) Welche Spannung U_M entsteht bei der Temperatur $\vartheta_W = 100$ °C, wenn die Widerstände R_2 und R_3 infolge einer Störung die Temperatur 23 °C (statt 20 °C) aufweisen?

Aufgabe 1.11

In einem Kupferdraht mit dem Querschnitt $A = 1,5$ mm² fließt 2 s lang der Gleichstrom 24 A. Um welchen Wert $\Delta\vartheta$ steigt, ausgehend von 20 °C, die Temperatur des Drahtes, wenn die Wärmeabgabe an die Umgebung und die Widerstandsänderung unberücksichtigt bleiben?

Materialgrößen von Kupfer:

- Leitfähigkeit $\gamma_{20} = 56 \frac{\text{S m}}{\text{mm}^2}$
- Spezifische Wärmekapazität $c = 390 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
- Dichte $\rho = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Aufgabe 1.12

Der zylindrische Trägerkörper ($D = 7$ mm) eines Drahtwiderstands ist auf der Länge $l = 25,9$ mm mit Konstantandraht ($d = 0,1$ mm) so bewickelt, dass zwischen zwei Windungen jeweils der Abstand 0,1 mm besteht.

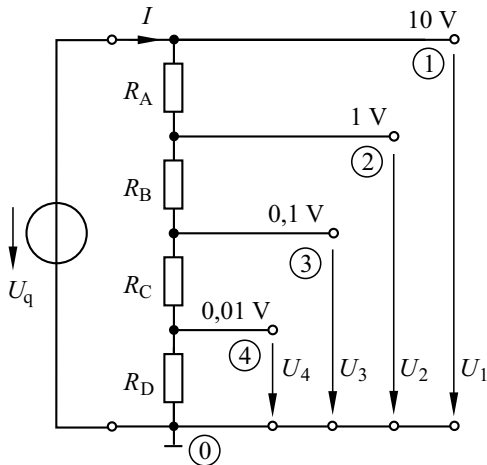
Materialgrößen von Konstantan:

- Leitfähigkeit $\gamma_{20} = 2,04 \frac{\text{S m}}{\text{mm}^2}$
- Temperaturkoeffizient $\alpha_{20} = 40 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$

- 1) Welchen Wert hat der Widerstand R_{20} ?
- 2) Die höchstzulässige Betriebstemperatur ist $\vartheta_{\text{Bmax}} = 170$ °C. Der thermische Widerstand hat den Wert $R_{\text{th}} = 60$ K/W. Die maximal zulässige Leistung wird vom Hersteller mit 2 W angegeben. Bestimmen Sie die Lastminderungskurve.
- 3) Der Widerstand wird bei der Umgebungstemperatur 20 °C mit der zulässigen Leistung betrieben. Welche Temperatur hat der Widerstand dabei? Wie groß ist der Widerstandswert? Welche Spannung liegt am Widerstand und welcher Strom fließt?

Aufgabe 1.13

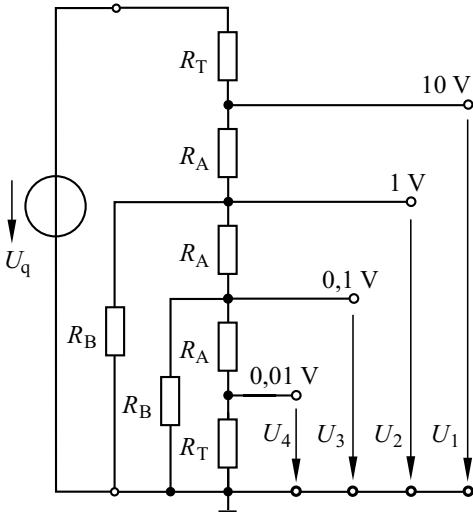
Für die Spannungsteiler-Schaltung sind die Ausgangsspannungen gegeben.



- 1) Der Widerstand $R_A = 10$ k Ω ist vorgegeben. Dimensionieren Sie die übrigen Widerstände R_B , R_C und R_D .
- 2) Mit welchem Widerstand wird die Quelle belastet?
- 3) Welche Ersatzinnenwiderstände hat die Schaltung an den vier Ausgängen?

Aufgabe 1.14

Die Schaltung lässt sich so dimensionieren, dass jeder Ersatzinnenwiderstand denselben Wert hat.



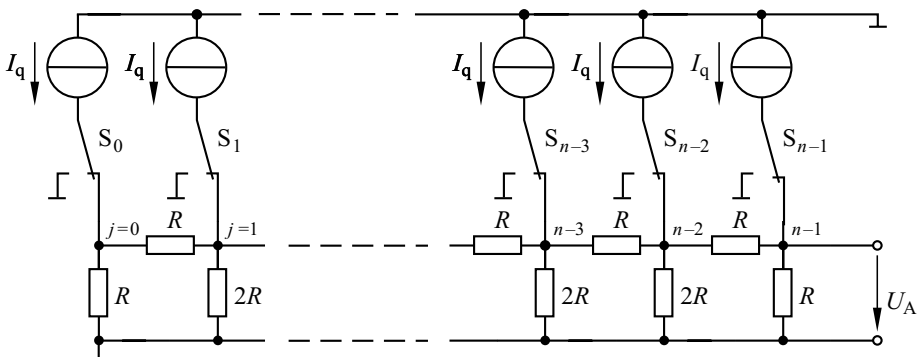
- 1) Dimensionieren Sie die Widerstände R_A, R_B und R_T so, dass jeder Ersatzinnenwiderstand $R_1 \dots R_4$ den Wert 600Ω aufweist.
- 2) Mit welchem Widerstand wird die Quelle belastet?
- 3) Berechnen Sie die Quellenspannung U_q .

Aufgabe 1.15

Der Digital-Analog-Umsetzer besteht im Prinzip aus n Konstantstromquellen, n Schaltern und dem sog. R - $2R$ -Widerstandsnetzwerk. Er liefert eine Ausgangsspannung, die von der Stellung der Schalter abhängig ist, und wird im Leerlauf betrieben.

Ein beliebiger Schalter S_j wird als geschlossen bezeichnet, wenn die zugehörige Stromquelle in das R - $2R$ -Netzwerk einspeist; dabei hat die Variable s_j den Wert $s_j = 1$. Ist der Schalter S_j geöffnet und die zugehörige Stromquelle speist nicht in das R - $2R$ -Netzwerk ein, so hat die Variable s_j den Wert $s_j = 0$.

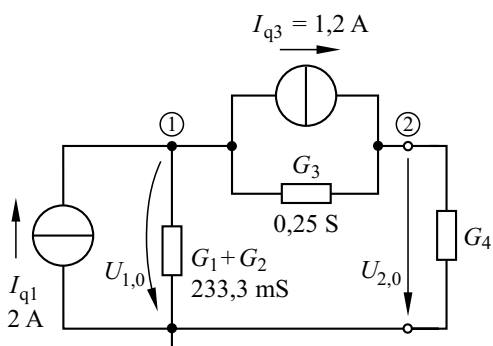
- 1) Welcher Widerstand R_j liegt zwischen einem beliebigen Knoten j und dem Schaltungspunkt mit dem Bezugspotenzial 0 V , der sog. Masse?
- 2) Welche Ausgangsspannung entsteht, wenn lediglich der Schalter S_j geschlossen ist?
- 3) Welche Ausgangsspannung entsteht bei beliebiger Stellung jedes Schalters S_j ?
- 4) Die Anzahl der Quellen ist $n = 8$. Der Quellenstrom jeder Quelle beträgt 1 mA ; jeder Widerstand R hat den Wert $1,5 \text{ k}\Omega$. Welche Ausgangsspannung U_A entsteht, wenn sämtliche Schalter geschlossen sind? Welche kleinste Spannungsänderung ΔU_A ist am Ausgang möglich?



Lösung 1.1

Zunächst wandeln wir die Reihenschaltung von U_{q1} und R_1 in eine lineare Stromquelle ($I_{q1} = 2 \text{ A}$; $G_1 = 166,6 \text{ mS}$) um. Der Leitwert G_1 ist dem Leitwert G_2 parallel geschaltet.

Den Widerstand R_4 wandeln wir in den Leitwert $G_4 = 45,45 \text{ mS}$ um. Wir wählen den Bezugsknoten und nummerieren die Knoten.



Nun stellen wir das Gleichungssystem des Knotenpotenzialverfahrens auf.

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_3 + G_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{q1} - I_{q3} \\ I_{q3} \end{pmatrix}$$

Für die Leitwerte und die Ströme setzen wir die Werte ein.

$$\begin{pmatrix} 483,3 & -250 \\ -250 & 295,45 \end{pmatrix} \text{ mS} \cdot \begin{pmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 1,2 \end{pmatrix} \text{ A}$$

Wir lösen dieses Gleichungssystem mit einem Mathematikprogramm und erhalten:

$$U_{1,0} = 6,68 \text{ V}; \quad U_{2,0} = 9,71 \text{ V}$$

Damit berechnen wir die gesuchten Spannungen:

$$U_1 = U_{q1} - U_{1,0} = 5,32 \text{ V}$$

$$U_2 = U_{1,0} = 6,68 \text{ V}$$

$$U_3 = U_{1,0} - U_{2,0} = -3,03 \text{ V}$$

$$U_4 = U_{2,0} = 9,71 \text{ V}$$

2) Die unvollständige Schaltung, die den Widerstand R_4 nicht mehr enthält, kann nicht mit dem Knotenpotenzialverfahren berechnet werden.

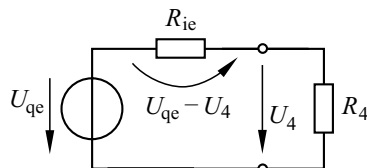
Dies ist aber auch nicht erforderlich, denn die Leerlaufspannung zwischen den Knoten A und B lässt sich sehr einfach bestimmen: Die Quelle mit der Spannung U_{q1} treibt einen Strom durch die Widerstände R_1 und R_2 , der an R_2 den Spannungsfall erzeugt:

$$U_2 = \frac{U_{q1} R_2}{R_1 + R_2} = 8,57 \text{ V}$$

Die andere Quelle treibt den Strom I_{q3} durch den Widerstand R_3 , wodurch der Spannungsfall $-U_3 = R_3 I_{q3} = 4,8 \text{ V}$ entsteht. Die Ersatzquellenspannung ist die Leerlaufspannung:

$$U_{qe} = U_2 - U_3 = 13,37 \text{ V}$$

Wird die Ersatzspannungsquelle mit R_4 belastet, so liegt an ihren Klemmen die Spannung $U_4 = 9,71 \text{ V}$.



Mithilfe der Spannungsteilerregel berechnen wir:

$$R_{ie} = R_4 \frac{U_{qe} - U_4}{U_4} = 8,29 \Omega$$

Die Umwandlung in die Ersatzstromquelle ergibt:

$$G_{ie} = 1 / R_{ie} = 120,7 \text{ mS}$$

$$I_{qe} = U_{qe} / R_{ie} = 1,614 \text{ A}$$

Lösung 1.2

1) Der Widerstand R_3 liegt parallel zur idealen Quelle an der Spannung U_{q2} ; somit gilt:

$$I_3 = \frac{U_{q2}}{R_3} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,1 \text{ A}$$

Der Knotensatz liefert die Gleichung:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Mit $I_1 = -I_{q1} = -0,05 \text{ A}$ berechnen wir:

$$I_2 = I_1 - I_3 = -0,05 \text{ A} - 0,1 \text{ A} = -0,15 \text{ A}$$

Bei einem Umlauf um die äußere Masche erhalten wir nach dem Maschensatz:

$$U - U_{q2} - R_1 I_1 = 0$$

Damit berechnen wir:

$$U = 10 \text{ V} - 100 \Omega \cdot 0,05 \text{ A} = 5 \text{ V}$$

2) An den OHMSchen Widerständen entstehen die Leistungen:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 0,25 \text{ W}; \quad P_3 = R_3 I_3^2 = 1 \text{ W}$$

OHMSche Widerstände sind passive Eintore und können daher ausschließlich passiv wirken.

Wir wenden das Verbraucherfeilsystem an. Die Leistung an den Klemmen der Stromquelle beträgt:

$$P_{q1} = I_{q1} U = 0,05 \text{ A} \cdot 5 \text{ V} = 0,25 \text{ W}$$

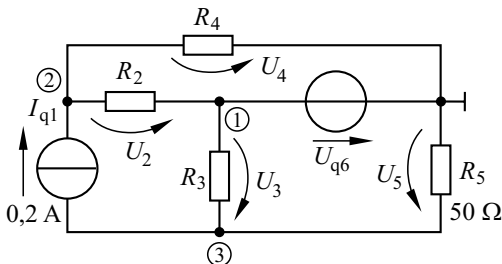
Das positive Vorzeichen der Leistung sagt aus, dass diese Quelle passiv wirkt.

Die Leistung an den Klemmen der Spannungsquelle beträgt:

$$P_{q2} = I_2 U_{q2} = -0,15 \text{ A} \cdot 10 \text{ V} = -1,5 \text{ W}$$

Das negative Vorzeichen der Leistung sagt aus, dass diese Quelle aktiv wirkt. In der Schaltung wird insgesamt die Leistung $1,5 \text{ W}$ erzeugt und insgesamt die Leistung $1,5 \text{ W}$ verbraucht.

Lösung 1.3



Wir legen zweckmäßig den Bezugsknoten an die ideale Spannungsquelle und nummerieren die übrigen Knoten.

Da die Knotenspannung $U_{1,0} = U_{q6} = 4 \text{ V}$ gegeben und damit bekannt ist, brauchen wir nur ein Gleichungssystem für die beiden Knotenspannungen $U_{2,0}$ und $U_{3,0}$ aufzustellen.

$$\begin{pmatrix} -G_2 & G_2 + G_4 & 0 \\ -G_3 & 0 & G_3 + G_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{q1} \\ -I_{q1} \end{pmatrix}$$

Nun multiplizieren wir die Elemente der Spalte 1 mit $U_{1,0} = U_{q6}$ und bringen die Ergebnisse auf die rechte Seite des Gleichungssystems:

$$\begin{pmatrix} G_2 + G_4 & 0 \\ 0 & G_3 + G_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_2 U_{q6} + I_{q1} \\ G_3 U_{q6} - I_{q1} \end{pmatrix}$$

Hierbei handelt es sich um zwei einzelne Gleichungen, mit denen wir die Knotenspannungen berechnen:

$$U_{2,0} = \frac{G_2 U_{q6} + I_{q1}}{G_2 + G_4} = 14,4 \text{ V}$$

$$U_{3,0} = \frac{G_3 U_{q6} - I_{q1}}{G_3 + G_5} = -7,667 \text{ V}$$

Damit berechnen wir die gesuchten Spannungen:

$$U_2 = U_{2,0} - U_{1,0} = 10,4 \text{ V}$$

$$U_3 = U_{1,0} - U_{3,0} = 11,667 \text{ V}$$

$$U_4 = U_{2,0} = 14,4 \text{ V}$$

$$U_5 = -U_{3,0} = 7,667 \text{ V}$$

Lösung 1.4

Der Widerstand R_2 liegt parallel zur Reihenschaltung aus R_3 und R_x ; zu dieser Gruppe ist noch R_1 in Reihe geschaltet. Die Schaltung zwischen den Klemmen A und B hat den Widerstand:

$$R_{AB} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_x}}$$

Wir setzen den Ausdruck mit R_x gleich:

$$R_x = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_x}}$$

Diese Gleichung lösen wir nach R_x auf und erhalten die quadratische Gleichung:

$$R_x^2 + (R_3 - R_1) R_x - (R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3) = 0$$

Für die gegebenen Zahlenwerte hat sie die Lösungen:

$$R_{x1} = 2,46 \text{ k}\Omega$$

$$R_{x2} = -4,46 \text{ k}\Omega$$

Da OHMSche Widerstände nur für $R > 0$ definiert sind, schließen wir die zweite Lösung aus.

Lösung 1.5

1) Die maximale Leistung wird bei Anpassung abgegeben; dabei ist der angeschlossene Leitwert G_{anp} gleich dem Innenleitwert G_i der Quelle:

$$G_{\text{anp}} = G_i = 0,3 \text{ S}$$

Bei Anpassung fließt die Hälfte des Quellenstromes I_q durch den Leitwert G_{anp} :

$$I_{\text{anp}} = \frac{I_q}{2} = 1,0 \text{ A}$$

Die Spannung ist das Produkt aus Widerstand und Strom bzw. der Quotient aus Strom und Leitwert:

$$U_{\text{anp}} = \frac{I_{\text{anp}}}{G_{\text{anp}}} = 3,33 \text{ V}$$

Schließlich berechnen wir die maximale Leistung als Produkt von Spannung und Strom:

$$P_{\text{max}} = U_{\text{anp}} I_{\text{anp}} = 3,33 \text{ W}$$

2) Nach der Stromteilerregel gilt:

$$I = \frac{I_q G}{G + G_i}$$

Diesen Ausdruck setzen wir in die Gleichung für die Leistung $P = I^2/G$ ein und erhalten:

$$P = \frac{I_q^2 G^2}{G(G + G_i)^2}$$

Nun lösen wir nach G auf:

$$G^2 + \left(2G_i - \frac{I_q^2}{P}\right)G + G_i^2 = 0$$

Diese quadratische Gleichung hat die Lösungen:

$$G_1 = 3,37 \text{ S}; G_2 = 26,7 \text{ mS}$$

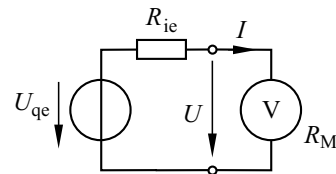
Wie oben berechnen wir hierzu die Werte:

$$U_1 = 0,545 \text{ V}; I_1 = 1,837 \text{ A (Unteranpassung)}$$

$$U_2 = 6,12 \text{ V}; I_2 = 163,34 \text{ mA (Überanpassung)}$$

Lösung 1.6

1) Wir ersetzen die lineare Quelle durch ihre Ersatzspannungsquelle.



Die Maschengleichung lautet:

$$-U_{\text{qe}} + R_{\text{ie}} I + U = 0$$

Wir setzen in diese Gleichung die nach dem Strom aufgelöste Eintorgleichung $I = U/R_M$ ein und formen die entstehende Gleichung so um, dass die beiden Unbekannten U_{qe} und R_{ie} auf der linken Seite stehen:

$$R_M U_{\text{qe}} - U R_{\text{ie}} = U R_M$$

Nun berücksichtigen wir, dass zwei Messungen durchgeführt wurden, und setzen hierfür entsprechend an:

$$R_{M1} U_{\text{qe}} - U_1 R_{\text{ie}} = U_1 R_{M1}$$

$$R_{M2} U_{\text{qe}} - U_2 R_{\text{ie}} = U_2 R_{M2}$$

Das lineare Gleichungssystem hat die Lösungen:

$$U_{qe} = \frac{U_1 U_2 (R_{M2} - R_{M1})}{U_1 R_{M2} - U_2 R_{M1}}$$

$$R_{ie} = \frac{(U_2 - U_1) R_{M1} R_{M2}}{U_1 R_{M2} - U_2 R_{M1}}$$

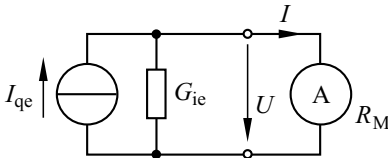
2) In diese Gleichungen setzen wir die gegebenen Werte ein und erhalten:

$$U_{qe} = 1,228 \text{ V}$$

$$R_{ie} = 364 \text{ k}\Omega$$

Lösung 1.7

Wir ersetzen die lineare Quelle durch ihre Ersatzstromquelle.



Bei der Messung im 10-mA-Bereich hat der Widerstand des Messgeräts den Wert:

$$R_{M1} = \frac{100 \text{ mV}}{10 \text{ mA}} = 10 \text{ }\Omega$$

Bei der Messung im 100-mA-Bereich hat der Widerstand des Messgeräts den Wert:

$$R_{M2} = 1 \text{ }\Omega$$

Die Knotengleichung lautet:

$$I_{qe} - U G_{ie} - I = 0$$

Wir setzen die Eintorgleichung $U = R_M I$ in die Knotengleichung ein und formen die entstehende Gleichung so um, dass die beiden Unbekannten I_{qe} und G_{ie} auf der linken Seite stehen:

$$I_{qe} - I R_M \cdot G_{ie} = I$$

Nun setzen wir die bekannten Werte in die Knotengleichung ein:

$$I_{qe} - 0,080 \text{ V} \cdot G_{ie} = 0,008 \text{ A}$$

$$I_{qe} - 0,026 \text{ V} \cdot G_{ie} = 0,026 \text{ A}$$

Das lineare Gleichungssystem hat die Lösungen:

$$I_{qe} = 34,7 \text{ mA}$$

$$G_{ie} = 333 \text{ mS}$$

Wenn ein Amperemeter in verschiedenen Messbereichen unterschiedliche Werte anzeigt, so ist dies kein Hinweis darauf, dass das Messgerät defekt ist: Die Abweichungen der Messergebnisse entstehen vielmehr dadurch, dass das Messgerät das Messobjekt unterschiedlich beeinflusst.

Lösung 1.8

Durch einen Maschenumlauf außen um die Schaltung erhalten wir die Gleichung:

$$U_q - U_2 - R_A I = 0$$

Eine zweite Gleichung liefert uns der Knotensatz:

$$I = \frac{U_2}{R_C} + \frac{U_2}{R_V}$$

Wir fassen diese Gleichungen zusammen, ersetzen R_A durch $R - R_C$ und erhalten die quadratische Gleichung:

$$U_2 R_C^2 + (R_V U_q - R U_2) R_C - R_V R U_2 = 0$$

Die Lösungen dieser Gleichung berechnen wir mit dem Programm MATLAB:

$$R_{C,1} = 64,04 \text{ }\Omega$$

$$R_{C,2} = -39,04 \text{ }\Omega$$

Da ein Widerstand $R < 0$ nicht definiert ist, schließen wir die negative Lösung aus:

$$R_A = R - R_C = (100 - 64,04) \text{ }\Omega$$

Damit erhalten wir das Ergebnis:

$$R_A = 35,96 \text{ }\Omega$$