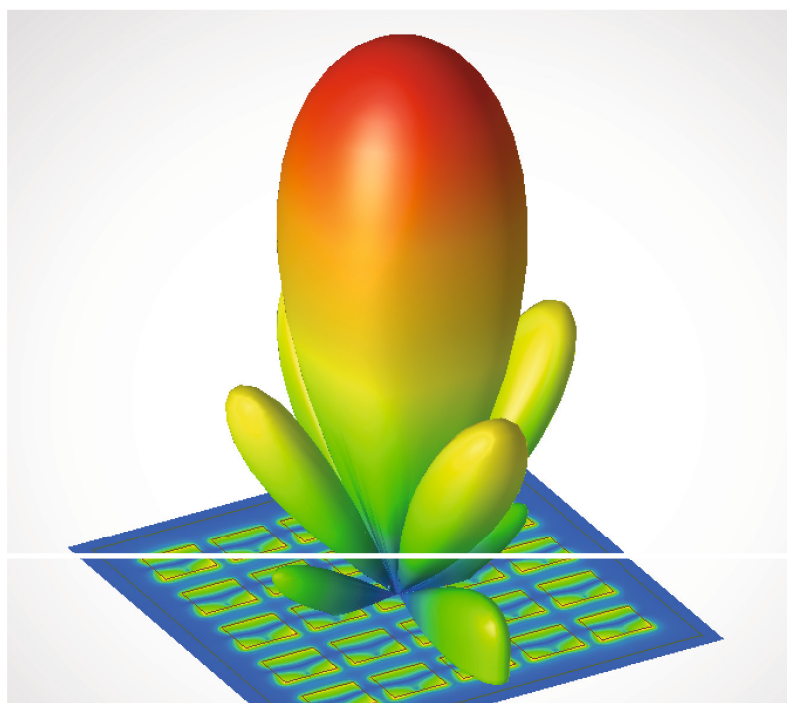


Frank Gustrau



Hochfrequenz- technik

Grundlagen der mobilen Kommunikationstechnik



4., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER



Ihr Plus – digitale Zusatzinhalte!

Auf unserem Download-Portal finden Sie zu diesem Titel kostenloses Zusatzmaterial. Geben Sie dazu einfach diesen Code ein:

`plus-wtrqf-8ycetn`

plus.hanser-fachbuch.de



Bleiben Sie auf dem Laufenden!

Hanser Newsletter informieren Sie regelmäßig über neue Bücher und Termine aus den verschiedenen Bereichen der Technik. Profitieren Sie auch von Gewinnspielen und exklusiven Leseproben. Gleich anmelden unter

www.hanser-fachbuch.de/newsletter

Frank Gustrau

Hochfrequenztechnik

Grundlagen der mobilen
Kommunikationstechnik

4., aktualisierte und erweiterte Auflage

HANSER

Über den Autor:

Prof. Dr.-Ing. Frank Gustrau, FH Dortmund



Print-ISBN: 978-3-446-47685-1

E-Book-ISBN: 978-3-446-47922-7

Alle in diesem Werk enthaltenen Informationen, Verfahren und Darstellungen wurden zum Zeitpunkt der Veröffentlichung nach bestem Wissen zusammengestellt. Dennoch sind Fehler nicht ganz auszuschließen. Aus diesem Grund sind die im vorliegenden Werk enthaltenen Informationen für Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und werden keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Weise aus der Benutzung dieser Informationen – oder Teilen davon – entsteht. Ebenso wenig übernehmen Autor:innen, Herausgeber:innen und Verlag die Gewähr dafür, dass die beschriebenen Verfahren usw. frei von Schutzrechten Dritter sind. Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt also auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benützt werden dürften.

Die endgültige Entscheidung über die Eignung der Informationen für die vorgesehene Verwendung in einer bestimmten Anwendung liegt in der alleinigen Verantwortung des Nutzers.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdruckes und der Vervielfältigung des Werkes, oder Teilen daraus, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder einem anderen Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung – mit Ausnahme der in den §§ 53, 54 UrhG genannten Sonderfälle –, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© 2024 Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, München

www.hanser-fachbuch.de

Lektorat: Dipl.-Ing. Natalia Silakova-Herzberg

Herstellung: Frauke Schafft

Coverkonzept: Marc Müller-Bremer, www.rebranding.de, München

Titelmotiv: © Frank Gustrau

Satz: Frank Gustrau

Druck: CPI Books GmbH, Leck

Printed in Germany

Vorwort

Das vorliegende Lehrbuch bietet Studierenden einen praxisnahen Einstieg in das Gebiet der Hochfrequenztechnik und der physikalischen Aspekte der Funkkommunikation. Drahtlose Techniken in den Bereichen Kommunikation (Datennetze, Mobiltelefonie), Identifikation (RFID), Navigation (GPS) und Ortung (Radar) sind heute allgegenwärtig. Im Bereich der Funkanwendungen werden seit jeher vergleichsweise hohe Trägerfrequenzen verwendet, denn dies ermöglicht eine gute Ausnutzung des elektromagnetischen Spektrums und den Aufbau effizienter Antennen. Kostengünstige Herstellungsprozesse und die Anwendung rechnergestützter 3D-Entwurfswerkzeuge erschließen der Funktechnik immer neue Anwendungsgebiete bei steigenden Bandbreiten.

Im Bereich der Schaltungstechnik führen die Verwendung höherer Datenraten in Schaltungen und die damit verbundenen hochfrequenten Signalanteile zu neuen Anforderungen beim Schaltungsentwurf. Leitungen bedürfen plötzlich einer eingehenden Betrachtung, Verkoppelungen zwischen benachbarten Komponenten treten deutlicher hervor und es kommt zu ungewollter Abstrahlung von elektromagnetischen Wellen. Beim Entwurf haben verteilte Strukturen zunehmend Vorteile gegenüber den klassischen konzentrierten Bauelementen. Auch Digitaltechniker kommen somit mit den Begriffen „Leitungswellenwiderstand“ und „Antenne“ in Berührung.

Vielfältige Funkanwendungen und hochdatenratige Kommunikation tauchen heute auch in technischen Produkten auf, die ehemals dem Maschinenbau zuzuordnen waren, wie zum Beispiel dem Automobil. Hochfrequenztechnik ist daher – in ihren Grundlagen – heute keine Spezialdisziplin mehr, sondern eine Basisdisziplin für alle Ingenieurinnen und Ingenieure der Fachrichtungen Elektro-, Informations- und Kommunikationstechnik sowie der angrenzenden Fachrichtungen Mechatronik, Fahrzeugelektronik und Bereiche der Biomedizintechnik.

Bei der gegebenen Breite des Faches Hochfrequenztechnik muss natürlich für die Darstellung in diesem Buch eine sinnvolle Beschränkung des Stoffes vorgenommen werden. Was die Hochfrequenztechnik zuallererst gegenüber der klassischen Elektrotechnik auszeichnet, ist der Umstand, dass die Abmessungen der Strukturen nicht mehr klein im Verhältnis zur Wellenlänge sind. Die damit einhergehenden Wellenausbreitungsvorgänge führen zu den typischen Hochfrequenzphänomenen. Dreh- und Angelpunkt des Buches sind daher die Wellenausbreitungsvorgänge, ihre Beschreibung, ihre Konsequenzen und ihre Nutzbarmachung in passiven Schaltungen und Antennenstrukturen.

Aktive elektronische Schaltungen und der gesamte Bereich der Hochfrequenzelektronik, wie der Entwurf von Verstärkern, Mischern und Oszillatoren, werden in diesem Buch weitestgehend ausgespart. Um dieses Themengebiet detailliert zu behandeln, müsste ein Zugang über die Grundlagen der Elektronik und Halbleiterbauteile gewählt werden.

Numerische Feldsimulationen haben mittlerweile einen festen Platz im Entwicklungsprozess von Hochfrequenz-Komponenten und Antennen. Daher wurden zahlreiche Beispiele in diesem Buch mit Unterstützung moderner Hochfrequenz-Schaltungs- und Feldsimulatoren berechnet. Im Einzelnen wurden folgende Programmpakete eingesetzt:

- *ADS (Advanced Design System)* der Firma *Keysight Technologies*
- *CST Studio Suite* der Firma *CST*
- *EMPIRE* der Firma *IMST GmbH*
- *PathWave EM Design (EMPro)* der Firma *Keysight Technologies*.

Der Markt für diese Softwareprodukte entwickelt sich rasch, so dass dem Leser bei der Auswahl eines für ihn geeigneten Simulators eine eigene Recherche empfohlen wird. Am Ende jedes Kapitels befinden sich Übungsaufgaben. Die Lösungen stellt der Autor auf der folgenden Website des Verlages zur Verfügung:

<https://plus.hanser-fachbuch.de/>

Die freundliche Aufnahme dieses Lehrbuches durch die Leserschaft hat mittlerweile eine vierte Auflage mit fachlichen Erweiterungen möglich gemacht. So wurden in dieser Auflage u. a. die Themen Radarrückstreuquerschnitt, Schlitzantenne, Hornantenne und Substrate-integrated-waveguide-Leitung ergänzt und anhand zusätzlicher Beispiele illustriert.

Das im Buch verfolgte Konzept physikalisch-technische Grundlagen zu kombinieren mit der numerischen Simulationen hat sich in Lehrveranstaltungen bewährt und befähigt die Studierenden ihren Lernerfolg einerseits praxisorientiert umzusetzen und zugleich kritisch zu reflektieren.

An dieser Stelle bedanke ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen und bei den Studierenden, die durch ihre Anregungen – sei es durch ihre Fragen in Lehrveranstaltungen, sei es durch das Probelesen einzelner Kapitel – zu diesem Buch beigetragen haben.

Dortmund, im Sommer 2023

Frank Gustrau

Inhalt

1	Einleitung	15
1.1	Hochfrequenzanwendungen	15
1.2	Frequenzbereiche	18
1.3	Hochfrequenztechnische Erscheinungen	19
1.3.1	Elektrisch kurze Leitungen	20
1.3.2	Leitungen mit einer Länge in der Größenordnung der Wellenlänge	22
1.3.3	Antennen und Abstrahlung elektromagnetischer Wellen	22
1.4	Ausblick auf die folgenden Kapitel	23
2	Elektromagnetische Felder und Wellen	25
2.1	Physikalische und mathematische Grundlagen	25
2.1.1	Elektrostatische Feldgrößen	25
2.1.1.1	Elektrische Feldstärke und Spannung	25
2.1.1.2	Polarisation und relative Dielektrizitätszahl	29
2.1.1.3	Verhalten bei Wechselstrom	30
2.1.1.4	Dielektrische Verschiebungsdichte	31
2.1.1.5	Elektrische Feldenergie und Kapazität	31
2.1.2	Stationäre elektrische Strömungsfelder und magnetische Felder	32
2.1.2.1	Stromdichte, Leistungsdichte und Widerstand	32
2.1.2.2	Magnetische Feldstärke und magnetisches Vektorpotential	34
2.1.2.3	Magnetische Feldenergie und Induktivität	36
2.1.2.4	Lorentz-Kraft	36
2.1.3	Vektoranalytische Operatoren	37
2.1.3.1	Divergenz	37
2.1.3.2	Rotation	37
2.2	Maxwell'sche Gleichungen	38
2.2.1	Differentialform für allgemeine Zeitabhängigkeit	38
2.2.2	Differentialform für harmonische Zeitabhängigkeit	39
2.2.3	Integralform	40
2.2.4	Materialgleichungen	42
2.2.5	Verhalten an Materialgrenzen	44

2.3	Einteilung elektromagnetischer Feldprobleme	46
2.3.1	Statische Felder	46
2.3.2	Quasistatische Felder	46
2.3.3	Schnell veränderliche Felder	47
2.4	Skinneffekt	47
2.5	Elektromagnetische Wellen	50
2.5.1	Wellengleichung und ebene Wellen	50
2.5.2	Polarisation	54
2.5.2.1	Lineare Polarisation	55
2.5.2.2	Zirkulare Polarisation	55
2.5.2.3	Elliptische Polarisation	55
2.5.3	Reflexion und Brechung an ebenen Grenzflächen	56
2.5.3.1	Senkrechter Einfall	57
2.5.3.2	Schräger Einfall	59
2.5.4	Kugelwellen	64
2.6	Zusammenfassung	65
2.7	Übungsaufgaben	66

3 Leitungstheorie und Signale auf Leitungen 68

3.1	Leitungstheorie	68
3.1.1	Ersatzschaltbild eines kurzen Leitungsstücks	68
3.1.2	Telegraphengleichung	70
3.1.3	Spannungs- und Stromwellen auf Leitungen	72
3.1.4	Einseitig abgeschlossene Leitung	75
3.1.5	Eingangsimpedanz einer abgeschlossenen Leitung	77
3.1.6	Verlustlose Leitungen	79
3.1.7	Leitungen mit geringen Verlusten	81
3.1.8	Verschiedene Leitungsabschlüsse einer verlustlosen Leitung	82
3.1.8.1	Angepasste Leitung	83
3.1.8.2	Kurzgeschlossene Leitung	84
3.1.8.3	Leerlaufende Leitung	86
3.1.8.4	Allgemeiner Abschluss	88
3.1.9	Verlustlose Leitungen als Impedanztransformatoren	89
3.1.9.1	Der Viertelwellenlängentransformator	89
3.1.9.2	Der Halbwellenlängentransformator	89
3.1.10	Reflexionsfaktor einer verlustlosen Leitung	90
3.1.11	Smith-Chart-Diagramm	93

3.2 Zeitsignale auf Leitungen..... 98

3.2.1 Sprungförmige Signale..... 98

3.2.1.1 Angepasste Quelle und angepasster Abschluss 98

3.2.1.2 Angepasste Quelle und fehlangepasster (resistiver) Abschluss 100

3.2.1.3 Angepasste Quelle und fehlangepasster (reaktiver) Abschluss 102

3.2.1.4 Fehlanpassung an Quelle und Last 104

3.2.2 Rechteckförmige Signale 107

3.3 Augendiagramm 108

3.4 Zusammenfassung 111

3.5 Übungsaufgaben 112

4 Wellenleiter.....114

4.1 Überblick über technisch bedeutsame Leitungstypen 114

4.2 Koaxialleitungen 117

4.2.1 Induktivitätsbelag und Leitungswellenwiderstand 118

4.2.2 Dämpfung bei schwachen Verlusten..... 120

4.2.2.1 Metallische Verluste 120

4.2.2.2 Dielektrische Verluste 121

4.2.3 Nutzbarer Frequenzbereich 122

4.2.4 Anwendungsgebiete..... 124

4.3 Paralleldrahtleitung 124

4.3.1 Leitungswellenwiderstand 124

4.3.2 Anwendungsgebiete..... 125

4.4 Mikrostreifenleitungen (Microstrip) 126

4.4.1 Wellenwiderstand und effektive Permittivitätszahl 126

4.4.2 Dispersion und nutzbarer Frequenzbereich 129

4.4.3 Anwendungsgebiete..... 130

4.5 Streifenleitung (Stripline) 130

4.5.1 Leitungswellenwiderstand 131

4.5.2 Nutzbarer Frequenzbereich 131

4.5.3 Anwendungsgebiete..... 132

4.6 Rechteckhohlleiter 132

4.6.1 Allgemeine Überlegungen..... 133

4.6.2 Die Grundwelle 136

4.6.3 Höhere Wellentypen 140

4.6.4 Einsatzgebiete von Hohlleitern 142

4.6.5 Anregung von Hohlleiterwellen 142

4.6.6 Hohlraumresonatoren 143

4.7	SIW-Leitungen (Substrate-integrated waveguide)	145
4.7.1	Aufbau und Kenngrößen	146
4.7.2	Leitungsübergang Microstrip-SIW	147
4.8	Dreileitersysteme	150
4.8.1	Gleich- und Gegentaktwellen	150
4.8.2	Leitungswellenwiderstände und Ausbreitungskonstanten	152
4.8.3	Leitungsabschluss	155
4.9	Übungsaufgaben	155

5 Streuparameter 157

5.1	Mehrtorgleichungen in Matrixform	157
5.2	Definition von Wellengrößen	158
5.3	Streuparameter und Leistung	160
5.4	Spezielle Eigenschaften von Schaltungen	163
5.4.1	Anpassung	163
5.4.2	Leistungsanpassung	164
5.4.3	Reziprozität (Übertragungssymmetrie)	165
5.4.4	Symmetrie	166
5.4.5	Verlustlosigkeit bei Passivität	166
5.4.6	Rückwirkungsfreiheit	167
5.4.7	Besondere Bedingungen bei Dreitoren	167
5.5	Berechnung von Streumatrizen	167
5.5.1	Reflexionsfaktoren	168
5.5.2	Transmissionsfaktoren	168
5.5.3	Umnormierung einer Streumatrix auf andere Torwiderstände	171
5.6	Signalflussmethode	172
5.7	Messung von Streuparametern	178
5.8	Übungsaufgaben	182

6 Hochfrequenzbauelemente und -schaltungen 185

6.1	Konzentrierte Bauelemente	185
6.1.1	Widerstände	185
6.1.2	Kondensatoren	187
6.1.3	Spulen	189
6.2	Leitungsresonatoren	190
6.2.1	Halbwellenlängenresonator	190
6.2.2	Viertelwellenlängenresonator	192
6.3	Anpassschaltungen	194

6.3.1	LC-Anpassnetzwerke	194
6.3.2	Anpassung mit Leitungen	197
6.3.2.1	Viertelwellenlängentransformator	197
6.3.2.2	Stichleitung und Butterfly-Stubs	198
6.4	Filter mit konzentrierten Bauelementen	200
6.4.1	Klassischer LC-Filterentwurf mit Induktivitäten und Kapazitäten	201
6.4.2	Entwurf von Butterworth-Filtern	203
6.4.2.1	Filter mit Tiefpassverhalten	203
6.4.2.2	Filter mit Hochpassverhalten	206
6.4.2.3	Filter mit Bandpassverhalten	207
6.5	Leitungsfiler	210
6.5.1	Seitengekoppelte Filter (Edge-coupled-line-Filter)	211
6.5.2	Seitengekoppelte Filter (Hairpin-Filter)	215
6.5.3	Stepped-impedance-Filter	216
6.5.4	Metallisch geschirmte Filter (Gehäuseresonanzen)	217
6.5.5	Hohlleiterfilter	218
6.6	Zirkulatoren	219
6.7	Leistungssteiler	221
6.7.1	Wilkinson-Leistungssteiler	221
6.7.2	Leistungssteiler mit ungleicher Leistungsaufteilung	222
6.8	Branchline-Koppler	225
6.8.1	Konventioneller 3dB-Koppler	225
6.8.2	Ungleiche Leistungsaufteilung und Impedanztransformation	225
6.9	Rat-race-Koppler	229
6.10	Richtkoppler	229
6.11	Symmetrierglieder	233
6.12	Elektronische Schaltungen	234
6.12.1	Mischer	236
6.12.2	Verstärker und Oszillatoren	239
6.13	Moderne HF-Entwurfswerkzeuge	240
6.13.1	HF-Schaltungssimulatoren	240
6.13.2	Elektromagnetische 3D-Feldsimulation	241
6.14	Übungsaufgaben	244

7 Antennen246

7.1	Grundbegriffe und Kenngrößen	246
7.1.1	Antennen als Wellentypwandler	246
7.1.2	Nahfeld und Fernfeld	247

7.1.3	Isotroper Kugelstrahler	248
7.1.4	Kenngößen für das Strahlungsfeld einer Antenne	249
7.1.5	Anpassung und Bandbreite	255
7.2	Praktische Antennenbauformen	256
7.3	Mathematische Behandlung des Hertz'schen Dipols	259
7.4	Drahtantennen	263
7.4.1	Halbwellendipol	263
7.4.2	Monopol	266
7.4.3	Verkürzung von Monopolantennen	267
7.5	Schlitzantennen	268
7.6	Aperturstrahler und Hornantennen	271
7.6.1	Aperturstrahler	271
7.6.2	Hornantennen	273
7.7	Planare Antennen	275
7.7.1	Rechteckige Patch-Antenne	276
7.7.1.1	Abstrahlung eines Patch-Elementes	276
7.7.1.2	Resonanzfrequenz und Patch-Abmessungen	277
7.7.1.3	Speisung von Patch-Antennen	278
7.7.2	Patch-Antennen mit zirkularer Polarisation	281
7.7.3	Planare Dipol- und Inverted-F-Antennen	283
7.8	Gruppenantennen	285
7.8.1	Einzelcharakteristik und Gruppenfaktor	285
7.8.2	Phasengesteuerte Antennen	289
7.8.2.1	Lineare Anordnung der Antennenelemente	289
7.8.2.2	Flächige Anordnung der Antennenelemente	293
7.8.3	Beamforming	295
7.9	Weitere Antennenkonzepte	300
7.10	Übungsaufgaben	301
8	Funkwellen	302
8.1	Wellenausbreitungseffekte	302
8.1.1	Reflexion und Brechung	302
8.1.2	Absorption	303
8.1.3	Beugung	304
8.1.4	Streuung	305
8.2	Einfache Ausbreitungsszenarien	307
8.2.1	Freiraumausbreitung	307
8.2.2	Dämpfung von Wellen in Luft	309

8.2.3	Reflexion an Streuzielen (Radarrückstreuquerschnitt)	310
8.2.4	Doppler-Effekt	319
8.2.5	Ausbreitung über ebenem Grund (Zweiwegeausbreitung)	319
8.2.6	Richtfunkstrecken	322
8.2.7	Geschichtete Medien	324
8.3	Komplexe Umgebungen	327
8.3.1	Mehrwegeausbreitung	327
8.3.2	Clutter-Factor-Modell	329
8.3.3	Okumura-Hata-Model	330
8.3.4	Physikalische Modelle und numerische Feldberechnung	332
8.4	Zusammenfassung	334
8.5	Übungsaufgaben	335
A	Anhang	337
A.1	Koordinatensysteme	337
A.1.1	Kartesisches Koordinatensystem	338
A.1.2	Zylinderkoordinatensystem	339
A.1.3	Kugelkoordinatensystem	340
A.2	Kenngößen von Schwingkreisen	341
A.2.1	Serienschwingkreis	341
A.2.2	Parallelschwingkreis	346
A.3	Logarithmische Darstellung von technischen Größen	351
A.3.1	Dimensionslose Größen	351
A.3.2	Relative und absolute Pegel	352
A.3.3	Pegelplan einer Übertragungsstrecke	352
	Formelzeichen und Abkürzungen	354
	Literatur	359
	Index	364

1

Einleitung

Dieses Kapitel gibt eine Übersicht über typische hochfrequenztechnische Anwendungen und Frequenzbereiche. Mit einem anschaulichen Beispiel zur Wellenausbreitung wollen wir uns motivieren, tiefer in die Theorie einzusteigen. Ein Überblick über die nachfolgenden Kapitel bietet dem Leser Orientierung und gestattet den gezielten Zugriff auf ausgewählte Themen.

■ 1.1 Hochfrequenzanwendungen

Jeder Einzelne nutzt heute bereits – ob unterwegs oder in seinem Zuhause – eine zunehmende Zahl von drahtlosen Techniken. Bild 1.1a zeigt eine Auswahl an drahtlosen Kommunikations-, Navigations-, Identifikations- und Ortungsanwendungen.

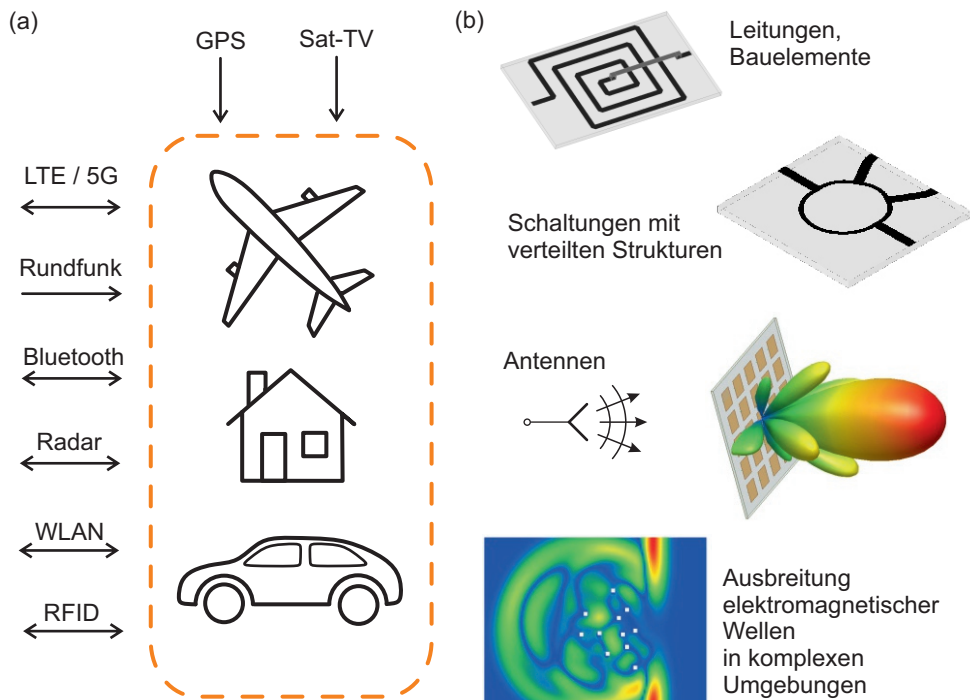


Bild 1.1 (a) Auswahl an Funkanwendungen in unterschiedlichen Umgebungen und (b) HF-Komponenten und Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

Die Zahl der technischen Anwendungen, die hochfrequenztechnische Komponenten und Systeme beinhalten, steigt auch in Zukunft weiter an. Um diese Systeme zu entwickeln und in Betrieb zu nehmen, bedarf es unter anderem breiter Kenntnisse des Hochfrequenzverhaltens von konzentrierten Bauelementen (z. B. Kapazitäten, Induktivitäten, Leitungen, Transistoren), Schaltungen (z. B. Filter, Verstärker), Komponenten (z. B. Antennen) und physikalischer Aspekte wie der elektromagnetischen Wellenausbreitung (Bild 1.1b).

In Tabelle 1.1 sind einige typische Hochfrequenz-Funkanwendungen und ihre zugehörigen Frequenzbereiche aufgeführt. Die Anwendungen umfassen unter anderem terrestrische Sprach- und Datenkommunikation, also den zellularen Mobilfunk und die drahtlosen Kommunikationsnetze, sowie Verteildienste (Rundfunk) sowohl terrestrisch als auch satellitenbasiert. Drahtlose Identifikationssysteme (RFID) in ISM-Bändern freuen sich im Warenverkehr und der Logistik wachsender Bedeutung. Im Bereich der Navigation ist das GPS-System hervorzuheben, welches mittlerweile in einer Vielzahl von Kraftfahrzeugen verbaut oder in mobilen Geräten im Einsatz ist. Im Automobilbereich finden wir als weitere HF-Anwendung Radarsysteme für die Umfeldüberwachung und als Sensoren für Fahrerassistenzsysteme.

Tabelle 1.1 Typische drahtlose Hochfrequenzanwendungen und zugehörige Frequenzbereiche

Anwendung	Bezeichnung	Frequenzbereich
Zellularer Mobilfunk		
GSM	Global System for Mobile Communications (Mobilfunkstandard der 2. Generation)	900 MHz / 1800 MHz
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System (Mobilfunkstandard der 3. Generation)	2100 MHz
LTE	Long Term Evolution (Mobilfunkstandard der 4. Generation)	800 MHz / 1800 MHz / 2600 MHz
5G	Mobilfunkstandard der 5. Generation ((*)Weitere Frequenzbereiche geplant)	700 MHz / 3400... 3800 MHz / 28 GHz(*)
Tetra	Digitaler Bündelfunk, BOS-Funk	400 MHz
Drahtlose Netze		
WLAN	Wireless Local Area Network	2,45 GHz; 5 GHz
Bluetooth	Nahbereichsfunk	2,45 GHz
Navigation		
GPS	Global Positioning System	1,2 GHz; 1,575 GHz
Identifikation		
RFID	Radiofrequency Identification	13,56 MHz / 868 MHz / 2,45 GHz / 5 GHz
Rundfunk		
UKW-Rundfunk	Analoge Radiosender	87,5... 108 MHz
DAB	Digital Audio Broadcasting	200 MHz
DVB-T2	Digital Video Broadcasting – Terrestrial	470... 690 MHz
Satelliten-Rundfunk	Satelliten-Rundfunk	10,7... 12,75 GHz
Radar		
Nahbereichsradar	Nahbereichsradar	24 GHz
ACC	Adaptive Cruise Control, Abstandserfassung	77 GHz

Die unterschiedlichen Anwendungsbereiche entwickeln sich rasant. Exemplarisch schauen wir auf die Entwicklung im Bereich des Mobilfunks. In der Entstehungsphase der mobilen Telefonie stand die Sprachkommunikation im Vordergrund. Die analogen Endgeräte waren unhandlich und teuer. Mit der zweiten Generation (2G/GSM) zog in den 1990er Jahren die Digitaltechnik in den Mobilfunk ein. Die Endgeräte wurden kompakter und für breite Massen erschwinglich. Neben der Sprachkommunikation etablierte sich ein Textdienst (SMS). Mit der dritten Generation (3G/UMTS) vollzog sich nach der Jahrtausendwende die Entwicklung zur mobilen Breitbandanwendung mit der Möglichkeit multimediale Inhalte (Foto, Video, Musik) und das Internet mobil zu nutzen. Unter dem Einfluss der neuen technischen Möglichkeiten wandelten sich die Bedienkonzepte der Endgeräte (Touchscreen statt Tastatur) und die Ausstattung der Geräte wurde komplexer (zum Beispiel eingebaute Kameras).

Beim Mobilfunkstandard der vierten Generation (4G/LTE-Advanced¹) ab ca. 2010 wurde der mobile Breitbandzugang weiterentwickelt, die Datenraten wurden erhöht und die Kapazität (Anzahl der gleichzeitig aktiven Teilnehmer im Netz) gesteigert. Günstige Geräte und Tarife führten zum mobilen Breitbandzugang für jedermann. Neben dem schnellen mobilen Breitbandzugang wurden durch eine Erweiterung des LTE-Standards (NB-IoT²) auch Anwendungen im Bereich Industrie 4.0 bzw. Internet der Dinge einbezogen. Die Datenraten in diesem Anwendungsfeld sind vergleichsweise niedrig, dafür sind die Anforderungen an die Energieeffizienz und Zuverlässigkeit sehr hoch.

Um für die steigenden Anforderungen gerüstet zu sein, und weitere Anwendungsfelder für den Mobilfunk zu erschließen, etabliert sich gerade ein Mobilfunkstandard der fünften Generation (5G) [AlDu18] [Dahl18]. Insgesamt werden hierbei drei Anwendungsszenarien adressiert:

- Verbesserungen in mobilen Breitbandanwendungen (eMBB = enhanced Mobile Broadband): Höhere Datenraten und verringerte Verzögerungsraten unter anderem für VR³- und AR⁴-Anwendungen.
- Kommunikation zwischen einer hohen Zahl günstiger und energieeffizienter Geräte für industrielle Anwendungen (mMTC = massive Machine Type Communications).
- Anwendungen mit geringen Latenzzeiten und hoher Zuverlässigkeit für zum Beispiel Autonomes Fahren (URLLC = Ultra Reliable Low Latency Communications).

Unter anderem im Bereich der Funkschnittstelle wurden wesentliche Änderungen vorgenommen, um die Anforderungen in den unterschiedlichen Anwendungsszenarien erfüllen zu können. Alle bisherigen Standards arbeiteten im Frequenzbereich unter 3 GHz (Tabelle 1.1). Die Funkschnittstelle des Mobilfunks der fünften Generation (5G NR = 5G New Radio) unterscheidet den Frequenzbereich FR1 (Frequency Range 1) unterhalb von 6 GHz und den Frequenzbereich FR2 (Frequency Range 2) oberhalb 24,25 GHz. Die niedrigen Frequenzen (z. B. 700 MHz) eignen sich für eine gute Netzabdeckung in der Fläche und die Versorgung in kritischen Gebäudebereichen (z. B. Keller). Der neu hinzugekommene Millimeterwellenbereich (z. B. 28 GHz) erlaubt sehr hohe Datenraten und eine sehr hohe Kapazität in kleinen räumlichen Bereichen. Mehrantennenkonzepte mit Strahlformung können bei den hohen Frequenzen mit Hilfe sehr kompakter Antennensysteme realisiert werden. Im Rahmen dieses

¹ LTE-Advanced wird aus Gründen der Sprachökonomie auch oft einfach als LTE abgekürzt. Gemeint ist in jedem Fall der Mobilfunk der vierten Generation bzw. Weiterentwicklungen innerhalb dieser Generation.

² Narrow Band Internet of Things

³ Virtual Reality

⁴ Augmented Reality

Buches werden wir die *physikalisch-technischen* Grundlagen zum Verständnis der *hochfrequenztechnischen Aspekte* der unterschiedlichen Funktechniken legen und zum Beispiel auf die Antennentechnik und Wellenausbreitung auf Leitungen, in Schaltungen und in komplexen räumlichen Umgebungen eingehen.

Das Themengebiet der Hochfrequenztechnik spielt jedoch nicht nur bei der Funktechnik eine entscheidende Rolle. Durch die zunehmende Verarbeitungsgeschwindigkeit digitaler Schaltungen tauchen hierbei hochfrequente Signalanteile auf, die dazu führen, dass auch bei schnellen Digitalschaltungen Entwurfsmethoden der Hochfrequenztechnik Anwendung finden.

Zudem reicht die Hochfrequenztechnik durch ihre Nähe zur elektromagnetischen Feldtheorie in den Bereich der Elektromagnetischen Verträglichkeit⁵ hinein. Einerseits basieren die hier angewendeten Messaufbauten mit Leitungen und Antennen direkt auf hochfrequenztechnischen Prinzipien. Andererseits ist bei Nichteinhalten von vorgegebenen Grenzwerten im Allgemeinen eine detaillierte Analyse der Situation erforderlich, um Verbesserungen zu erzielen. Die Einbeziehung hochfrequenztechnischer Aspekte bringt dabei oft wesentliche Fortschritte.

■ 1.2 Frequenzbereiche

Das elektromagnetische Spektrum ist zur besseren Orientierung in eine Reihe von Frequenzbändern unterteilt. In verschiedenen Staaten und geographischen Regionen haben sich dabei unterschiedliche Bezeichnungssysteme herausgebildet, die oft parallel verwendet werden. In Tabelle 1.2 ist eine übliche Einteilung des Frequenzbereiches von 3 kHz bis 300 GHz in acht Frequenzdekaden nach einer Empfehlung der ITU (International Telecommunications Union) [ITU00] dargestellt.

Tabelle 1.2 Bezeichnung der Frequenzbereiche nach ITU

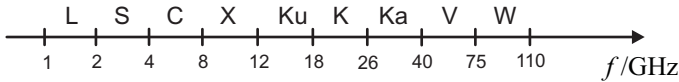
Frequenzbereich	Internationale Bezeichnung	Deutsche Bezeichnung
3...30 kHz	VLF – Very Low Frequency	Längstwellen
30...300 kHz	LF – Low Frequency	Langwellen
300 kHz...3 MHz	MF – Medium Frequency	Mittelwellen
3...30 MHz	HF – High Frequency	Kurzwellen
30...300 MHz	VHF – Very High Frequency	Ultrakurzwellen
300 MHz...3 GHz	UHF – Ultra High Frequency	Dezimeterwellen
3...30 GHz	SHF – Super High Frequency	Zentimeterwellen
30...300 GHz	EHF – Extremely High Frequency	Millimeterwellen

Bild 1.2a zeigt die nach dem IEEE-Standard [IEEE02] (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) gebräuchliche Bezeichnung unterschiedlicher Frequenzbänder. Diese Bandbezeichnungen sind ebenfalls sehr weit verbreitet. Nachteilig ist die unsystematische Verwendung der

⁵ Die Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) beschäftigt sich mit der Vermeidung von störenden Wechselwirkungen zwischen technischen Geräten. Hierbei werden Geräte in standardisierten Messaufbauten auf die Einhaltung von technischen Grenzwerten hin überprüft.

Buchstaben und Bandbereiche, die in der historisch gewachsenen Struktur begründet liegt. Eine neuere Bezeichnungsweise gemäß NATO zeigt Bild 1.2b [Macn10] [Mein92]. Die Zuordnung der Buchstaben zu den Frequenzbereichen erfolgt hier systematischer. Allerdings sind die Bandbezeichnungen in der Praxis weniger gebräuchlich.

(a) Bezeichnung der Frequenzbänder nach IEEE Std. 521-2002



(b) Bezeichnung der Frequenzbänder nach NATO

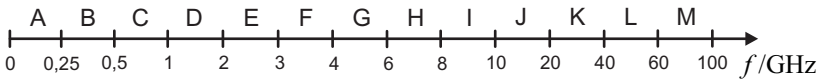


Bild 1.2 Bezeichnung der Frequenzbänder nach (a) IEEE und (b) NATO

Der störungsarme Betrieb von Funkanwendungen wird durch eine Reihe rechtlicher und regulatorischer Maßnahmen sichergestellt. Die knappe Ressource „Frequenz“ wird dabei minutiös aufgeteilt und verwaltet [CEPT18] [Bund18b]. Bestimmte Frequenzbereiche des Spektrums sind für spezielle kommerzielle, medizinische und wissenschaftliche Anwendungen vorgesehen.

Die für diese speziellen Anwendungen reservierten Frequenzbereiche werden als ISM-Frequenzbänder (Industrial, Scientific, Medical) bezeichnet und sind in Tabelle 1.3 aufgelistet [Bund03]. Ein typisches Beispiel ist der Frequenzbereich bei 2,45 GHz, in dem Mikrowellenherde und WLAN-Systeme betrieben werden. Ein weiteres Frequenzband für nichtöffentliche Funkanwendungen geringer Reichweite für Datenübertragungen liegt im Bereich von 863 bis 870 MHz [Bund18a].

Tabelle 1.3 Ausgewählte ISM-Frequenzbänder

13,553...13,567 MHz	26,957...27,283 MHz
40,66...40,70 MHz	433,05...434,79 MHz
2,4...2,5 GHz	5,725...5,875 GHz
24...24,25 GHz	61...61,5 GHz
122...123 GHz	244...246 GHz

■ 1.3 Hochfrequenztechnische Erscheinungen

Wir wollen nun anhand zweier Beispiele das Augenmerk auf das Thema Hochfrequenztechnik richten. Die Beispiele behandeln Spannungswellen auf Leitungen und Abstrahlung elektromagnetischer Wellen durch Antennen.

1.3.1 Elektrisch kurze Leitungen

Zunächst einmal betrachten wir die einfache Schaltung in Bild 1.3a aus einer Spannungsquelle mit Innenwiderstand, die über eine (elektrisch kurze) Leitung mit einem Lastwiderstand verbunden ist. Der Begriff *elektrisch kurz* bedeutet hierbei, dass die Leitungslänge ℓ deutlich kürzer als die Wellenlänge λ ist ($\ell \ll \lambda$).

Elektromagnetische Wellen breiten sich im Vakuum mit der Lichtgeschwindigkeit c_0 aus.

$$c_0 = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1.1)$$

Die entsprechende (Freiraum-)Wellenlänge bei einer Frequenz f ist dann:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} \gg \ell \quad . \quad (1.2)$$

Bei einer Frequenz von $f = 1$ MHz ergibt sich zum Beispiel eine Wellenlänge von $\lambda \approx 300$ m. Eine Leitung der Länge $\ell = 1$ m wäre dann als *elektrisch kurz* anzusehen. Wir nehmen weiterhin der Einfachheit⁶ halber an, dass der Lastwiderstand R_A dem Innenwiderstand R_I der Quelle entspricht.

Alternativ können wir das Kriterium *elektrisch kurz* auch über die Laufzeit τ eines Signals über die Leitung formulieren. Breiten sich elektromagnetische Vorgänge mit der Lichtgeschwindigkeit c_0 aus, so benötigt ein Signal vom Anfang bis zum Ende der Leitung die Laufzeit τ :

$$\tau = \frac{\text{Strecke}}{\text{Geschwindigkeit}} = \frac{\ell}{c_0} \ll T = \frac{1}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c_0}{f} \gg \ell \quad . \quad (1.3)$$

Ist die Laufzeit τ deutlich kleiner als die Periodendauer T des Sinussignals, so stellen sich die Signaländerungen der Quelle mit *kaum merklicher Verzögerung* zwischen Anfang und Ende der Leitung ein. Es ist also quasi so, als trete die Signaländerung der Quelle überall gleichzeitig ein. *Signallaufzeiten* längs der Leitung sind *vernachlässigbar*. Durch kurzes Umstellen erkennen wir, dass die beiden Formulierungen $\ell \ll \lambda$ und $\tau \ll T$ gleichwertig sind.

Eine Leitung ist *elektrisch kurz*, falls die Leitungslänge ℓ deutlich kleiner als die Wellenlänge λ bei der Betriebsfrequenz ist bzw. falls die Laufzeit τ eines sinusförmigen Signals längs der Leitung deutlich kleiner als die Periodendauer T ist.

Wir betrachten nun Bild 1.3b und variieren die Spannung der idealen Spannungsquelle sinusförmig. Die Sinusschwingung beginnt mit dem Wert Null, erreicht nach einem Viertel der Periodendauer T den maximalen Wert, durchläuft nach der halben Periode erneut die Null und erreicht über einen minimalen Wert nach der Periodendauer T den Ausgangswert der Spannung. Dieser Durchlauf wiederholt sich periodisch. Aufgrund der vernachlässigbaren Signalverzögerung τ ist das *Signal längs der Leitung räumlich konstant*. Es entspricht aufgrund der Spannungsteilerregel gerade dem halben Wert der Spannungsquelle. Eingangs- und Ausgangsspannung sind – zumindest in sehr guter Näherung – identisch:

$$u_E(t) \approx u_A(t) \quad . \quad (1.4)$$

⁶ Die genauen Zusammenhänge werden wir uns in Kapitel 3 über die Leitungstheorie erarbeiten.

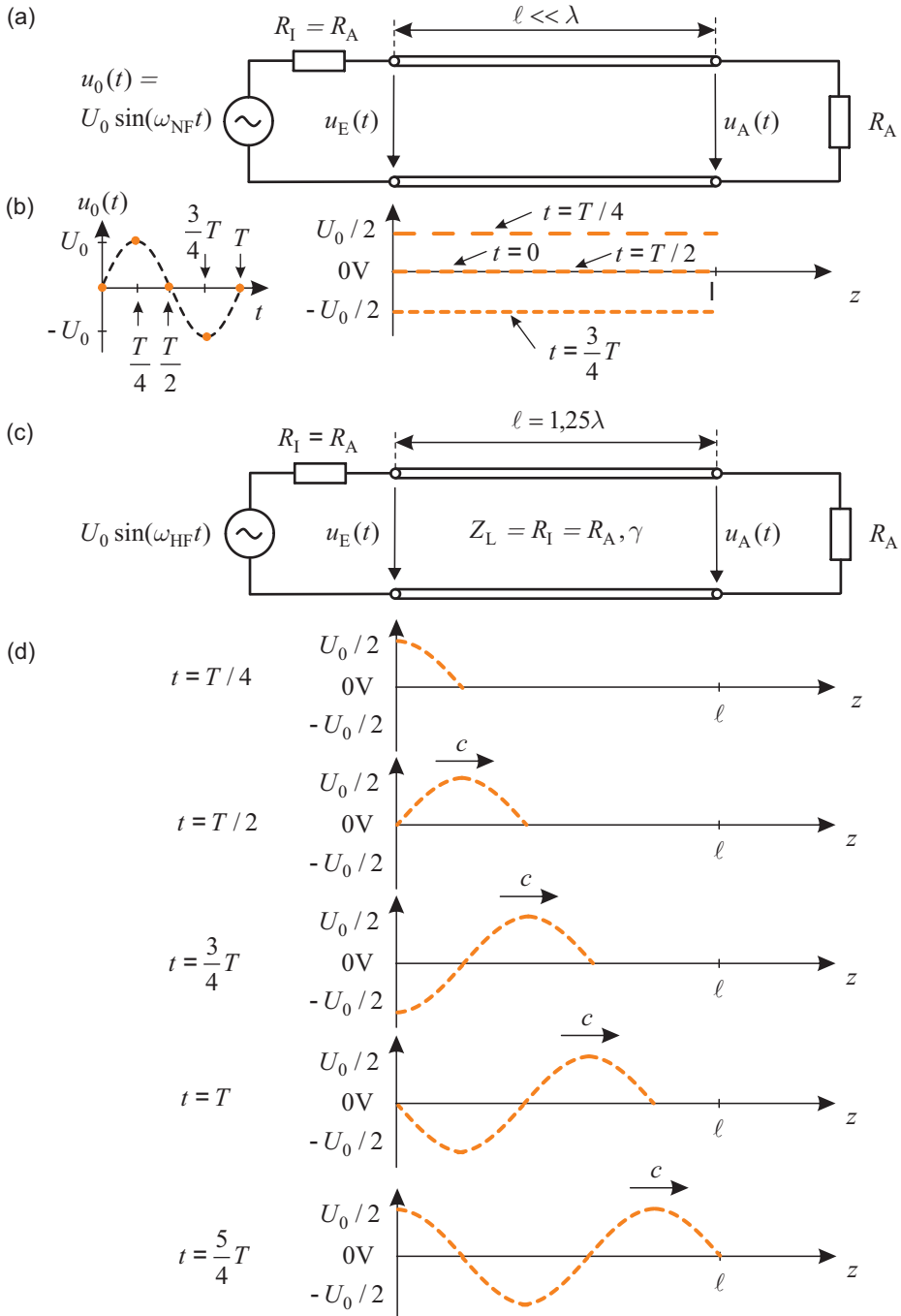


Bild 1.3 Schaltung aus Quelle mit Innenwiderstand, Leitung und Lastwiderstand: elektrisch kurze Leitung in (a) und (b) bzw. elektrisch lange Leitung mit Wellenausbreitung in (c) und (d)

1.3.2 Leitungen mit einer Länge in der Größenordnung der Wellenlänge

Als Nächstes erhöhen wir die Frequenz deutlich, so dass die Leitung nicht mehr elektrisch kurz ist. Wir wählen eine Frequenz f , so dass die Leitungslänge gerade eben fünf Viertel einer Wellenlänge entspricht: $\ell = 5/4 \cdot \lambda = 1,25\lambda$ (Bild 1.3c). Nun kann die Laufzeit τ gegenüber der Periodendauer T nicht mehr vernachlässigt werden. Bei Anregung mit einem sinusförmigen Signal erkennen wir die Wellenausbreitung längs der Leitung in Bild 1.3d. In dem Beispiel vergehen fünf Viertel-Periodendauern, bevor das Signal das Ende der Leitung erreicht.

Ist die Leitung *nicht* als elektrisch kurz anzusehen, so zeigt die Spannung längs der Leitung keinen konstanten Verlauf mehr: In dem sinusförmigen Verlauf ist die Wellennatur der elektromagnetischen Erscheinungen zu erkennen. In der Praxis geht man davon aus, dass ab einer Leitungslänge von einem Zehntel der Wellenlänge ($\ell > \lambda/10$) der Effekt bedeutsam ist.

Auch die Spannung $u_A(t)$ am Leitungsabschluss ist nun nicht mehr gleich der Spannung $u_E(t)$ am Leitungseingang. Zwischen beiden besteht eine Phasendifferenz.

Zur vollständigen Beschreibung der Leitungseinflüsse muss die Leitung neben ihrer Länge ℓ durch zwei *zusätzliche Kenngrößen* charakterisiert werden: den *Leitungswellenwiderstand* Z_L und die *Ausbreitungskonstante* γ . Im Schaltungsentwurf sind diese mit zu berücksichtigen!

Sind Leitungswellenwiderstand und Abschlusswiderstand nicht gleich, so wird die Welle am Ende reflektiert. Diese Zusammenhänge werden im Kapitel 3 über die Leitungstheorie detailliert untersucht.

1.3.3 Antennen und Abstrahlung elektromagnetischer Wellen

Als zweites Beispiel betrachten wir die geometrisch einfache Struktur in Bild 1.4a. Eine metallische Fläche mit der Kantenlänge befindet sich über einer durchgehenden metallischen Massefläche. Zwischen den beiden Metallflächen befindet sich ein Isolationsmaterial (Dielektrikum). Über zwei Klemmen kann die Struktur gespeist werden.

Der geometrische Aufbau erinnert an einen Plattenkondensator, bei dem sich ein homogenes elektrisches Feld zwischen den Metallflächen einstellt. Folglich erhalten wir bei niedrigen Frequenzen (die geometrischen Abmessungen liegen deutlich unter der Wellenlänge) auch ein kapazitives Verhalten mit $Y = j\omega C$ (Bild 1.4b). Mit steigender Frequenz ergibt sich aufgrund der unvermeidbaren Induktivität der Zuleitungen ein resonantes Verhalten. Bei hohen Frequenzen taucht nun ein gänzlich neues Phänomen auf. Wenn die Kantenlänge in den Bereich einer halben Wellenlänge kommt, wird elektromagnetische Energie abgestrahlt. Die Struktur kann nun als Antenne (Patch-Antenne) verwendet werden (siehe Kapitel 7).

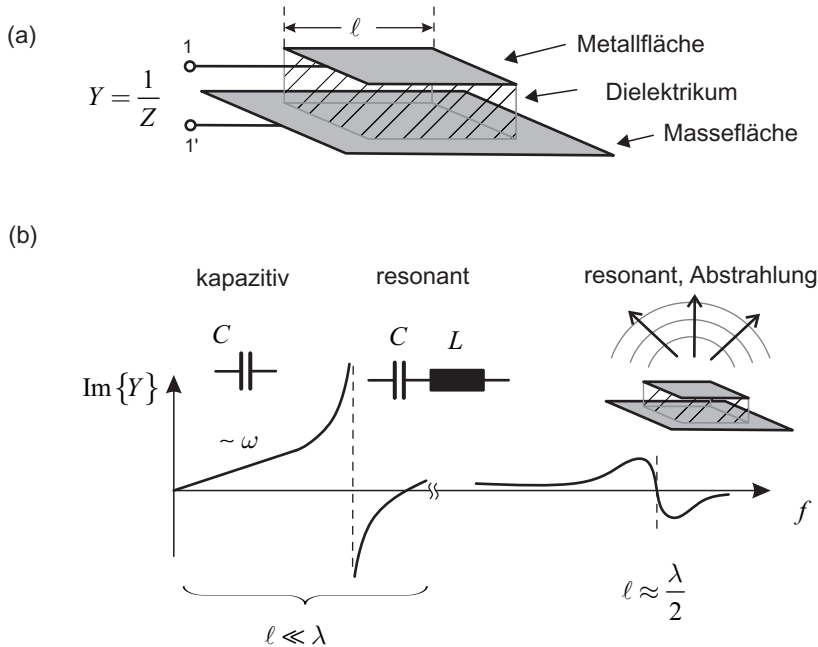


Bild 1.4 Verhalten einer geometrisch einfachen Struktur bei niedrigen und hohen Frequenzen: (a) Aufbau der Struktur und (b) Frequenzverlauf des Imaginärteiles der Admittanz

Dieses Beispiel verdeutlicht, dass bei hohen Frequenzen auch geometrisch einfache Formen ein komplexes Verhalten zeigen können. Das Verhalten ist mit den Methoden der Netzwerktheorie nicht mehr zu beschreiben und erfordert den Einsatz feldtheoretischer Verfahren.

■ 1.4 Ausblick auf die folgenden Kapitel

Um die Funktionsweise passiver hochfrequenter Schaltungen zu verstehen, benötigen wir zunächst grundlegende Kenntnisse im Bereich der elektromagnetischen Feldtheorie und Wellenausbreitung. Die hier auftauchende mathematisch aufwendige Beschreibung in Kapitel 2 sollte den Leser jedoch nicht entmutigen, da sie in erster Linie bei Herleitungen benötigt wird. In der praktischen Arbeit werden die mathematischen Aufgaben von modernen Schaltungs- und Feldsimulationsprogrammen übernommen. Dennoch ist es für Ingenieurinnen und Ingenieure entscheidend, auch diese mathematischen Grundlagen des Faches zu kennen. Nicht zuletzt, um gegenüber kommerziellen Softwareprodukten nicht die Integrität zu verlieren und die Ergebnisse in Hinsicht auf ihre Plausibilität und Qualität bewerten zu können.

Leitungen sind ein wesentliches, allgegenwärtiges Element in hochfrequenten Schaltungen. Die im Grunde sehr einfache Leitungsstruktur zeigt erstaunlich vielfältige Einsatzmöglichkeiten. In Kapitel 3 werden wir Spannungs- und Stromwellen auf Leitungen kennenlernen und hieraus die zur Beschreibung notwendigen Zusammenhänge detailliert herleiten. Die elementaren Rechnungen lassen sich leicht nachvollziehen und legen so ein sicheres Fundament für

den immer wiederkehrenden Umgang mit Leitungen. Eine kurze Einführung in das Smith-Diagramm als klassisches Darstellungsinstrument in der Hochfrequenztechnik schließt die Betrachtung harmonischer Signale ab. Im letzten Abschnitt des Kapitels übertragen wir die gefundenen Zusammenhänge auf sprung- und impulsförmige Signale, um das Verhalten von Leitungen auch bei den in der Digitaltechnik wichtigen Signalen zu verstehen.

Nach den grundsätzlichen Leitungsbeschreibungen im vorhergehenden Kapitel werden in Kapitel 4 nun technisch bedeutsame Leitungstypen wie die Koaxialleitung, planare Leitungsstrukturen und Hohlleiter vorgestellt. Das Kapitel geht auch auf die für den Schaltungsentwurf von Filtern und Kopplern wichtigen Begriffe der Gleich- und Gegentaktsignale auf Leitungen ein.

In Kapitel 5 führen wir die Streuparameter ein, die verwendet werden, um das Verhalten hochfrequenter Schaltungen zu beschreiben. Streuparameter verknüpfen Wellengrößen an den Toren von HF-Schaltungen. Das Kapitel schließt somit inhaltlich an die Wellenphänomene aus Kapitel 3 an. Der Vorteil von Streuparametern gegenüber den bei niedrigen Frequenzen bevorzugten Impedanz- und Admittanzmatrizen liegt in der auch bei hohen Frequenzen direkten Messbarkeit mit Netzwerkanalysatoren.

Mit dem bisher erworbenen grundlegenden Wissen sind wir in der Lage, den Beschreibungen von wichtigen passiven Grundschaltungen der Hochfrequenztechnik in Kapitel 6 zu folgen. Wir werden sehen, dass sich durch überlegte Verschaltung von Leitungen Anpassschaltungen, Filter, Leistungsteiler und Koppler realisieren lassen. Von ausführlichen Herleitungen werden wir hier weitgehend absehen, vielmehr lernen wir wichtige Entwurfsverfahren kennen und vollziehen diese an Beispielen und Aufgaben nach. Die Beispiele werden mit Schaltungs- und Feldsimulatoren durchgespielt und zeigen so den Umgang mit diesen Werkzeugen auf. In einem kurzen Abschnitt geben wir einen Ausblick auf elektronische Schaltungen, die in diesem Buch nicht im Detail behandelt werden, deren grundlegende Begriffe aber kurz dargestellt werden.

Bei der Funkkommunikation stellt die Antenne das Verbindungsglied zwischen den Wellen im freien Raum und den leitungsgebundenen Signalen in einer Schaltung dar. In Kapitel 7 werden zunächst technisch wichtige Kenngrößen zur Beschreibung des Strahlungsverhaltens von Antennen vorgestellt. Zur Vertiefung des physikalischen Verständnisses leiten wir die Funktionsweise eines elementaren Antennenelements mathematisch detailliert her. Im Folgenden werden wichtige praktische Einzel- und Gruppenstrukturen von Antennen betrachtet und Entwurfsregeln an Beispielen erprobt.

Bei der Bewertung von Funksystemen reicht es nicht aus, die Antennen isoliert zu betrachten, vielmehr müssen auch die Einflüsse der Umgebung auf die Wellenausbreitung zwischen den Antennen mit einbezogen werden. Kapitel 8 stellt dazu grundlegende Ausbreitungsphänomene und deren Auswirkung auf die Nachrichtenübertragung vor. Das Buch schließt mit einem kurzen Ausblick auf empirische und physikalische Modelle für die Funkfelddämpfung.

2

Elektromagnetische Felder und Wellen

In diesem Kapitel werden zunächst die elektromagnetischen Feldgrößen vorgestellt, wie sie für den statischen – also zeitunabhängigen – Fall definiert sind. Es wird der Zusammenhang zwischen den Feldgrößen und den Netzwerkgrößen wie Strom und Spannung verdeutlicht. Die Maxwell'schen Gleichungen in Verbindung mit den Stetigkeitsbedingungen dienen dann der vollständigen Beschreibung des elektromagnetischen Verhaltens für zeit- und ortsvariante Feldgrößen. Schließlich werden einige wichtige Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen besprochen, die in nachfolgenden Kapiteln für das Verständnis der hochfrequenztechnischen Eigenschaften notwendig sind.

Detaillierte Darstellungen zum Thema der elektromagnetischen Feldtheorie sind in gut verständlicher Form unter anderem in folgenden Büchern zu finden: [Bala89] [Blum88] [Flei08] [Ida07] [Kark12] [Krau99] [Leuc95] [Schw02].

■ 2.1 Physikalische und mathematische Grundlagen

Im Folgenden rekapitulieren wir grundlegende feldtheoretische und mathematische Zusammenhänge, um eine erste anschauliche Vorstellung des elektrischen und magnetischen Feldes zu gewinnen.

2.1.1 Elektrostatische Feldgrößen

Wir beginnen mit den elektrischen Feldgrößen für den zeitunabhängigen (statischen) Fall und erklären die Bedeutung der Netzwerkgrößen Spannung und Kapazität.

2.1.1.1 Elektrische Feldstärke und Spannung

Historisch hat man schon früh die Bedeutung von elektrischen *Ladungen* erkannt und festgestellt, dass sich Ladungen durch ihre Kraftwirkungen aufeinander auszeichnen. Man unterscheidet *positive* und *negative* Ladungen, wobei sich gleichnamige Ladungen abstoßen und ungleichnamige Ladungen anziehen.

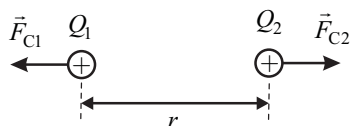
Der Betrag der *Coulomb-Kraft* \vec{F}_C zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 , die sich im Abstand r zueinander befinden, kann mit nachfolgender Gleichung berechnet werden.

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (2.1)$$

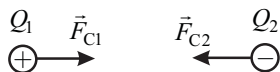
Die Dielektrizitätskonstante ϵ_0 besitzt den Wert $8,854 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm). Die Richtung der Kraft ergibt sich auf einer gedachten Verbindungsgeraden zwischen den Punktladungen, wobei die Kräfte bei ungleichnamigen Ladungen aufeinander zu zeigen und bei gleichnamigen Ladungen voneinander weg zeigen (Bild 2.1). Falls mehr als zwei Ladungen vorhanden sind, so können paarweise die Kräfte ermittelt und nach dem *Superpositionsprinzip* vektoriell überlagert werden.

Ladungen sind naturgemäß gequantelt und kommen nur in ganzzahligen Vielfachen der *Elementarladung* $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C vor. Diese Quantelung spielt aber makroskopisch – also bei Vorhandensein einer ausreichend großen Anzahl von Ladungsträgern – keine Rolle, so dass wir im Folgenden von einer kontinuierlichen Ladungsmenge ausgehen wollen.

(a) Zwei gleichnamige Ladungen



(b) Zwei ungleichnamige Ladungen



(c) Superposition der Kräfte bei drei Ladungen

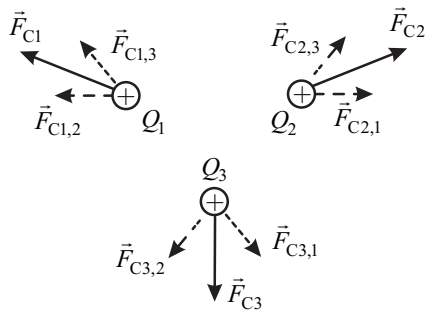


Bild 2.1 Coulomb-Kraft zwischen (a) zwei gleichnamigen Ladungen, (b) zwei ungleichnamigen Ladungen und (c) drei Ladungen

Bei den bislang betrachteten Ladungen handelte es sich um Punktladungen, bei denen die Ladungsmenge in einem singulären Raumpunkt angenommen wird. Bei kontinuierlich im Raum verteilten Ladungen verwendet man zur Beschreibung die *Raumladungsdichte* ρ (Einheit $[\rho] = \text{C}/\text{m}^3$). Die Gesamtladung Q erhalten wir dann durch die Integration über das ladungserfüllte Volumen V .

$$Q = \iiint_V \rho \, dv \quad (2.2)$$

Im Folgenden wollen wir uns vom Begriff der Kraft lösen, indem wir eine neue physikalische Größe einführen. Hierzu beziehen wir die auf die Ladung Q_2 wirkende Kraft auf die Ladung Q_2 selbst. Wir erhalten damit die *elektrische Feldstärke* \vec{E}_1 der Ladung Q_1 am Ort der Ladung Q_2 .

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_2}{Q_2} \quad (2.3)$$

Die elektrische Feldstärke gibt also die Richtung der Kraftwirkung auf eine Probeladung Q_2 an, die sich in der Nähe einer Ladung Q_1 befindet. Obgleich hier rechentechnisch nur eine Quo-

tientenbildung vorgenommen und damit eine von Q_2 unabhängige Größe geschaffen wird, bedeutet die neue Größe doch mehr als die Normierung einer Kraft.

Mathematisch wird die elektrische Feldstärke \vec{E} nun als ein *Vektorfeld* interpretiert, welches jedem Raumpunkt einen Vektor zuweist. Das elektrische Feld \vec{E}_1 einer Punktladung Q_1 im Ursprung ist damit in Kugelkoordinaten durch folgende Gleichung gegeben:

$$\vec{E}_1(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1}{r^2} \vec{e}_r \quad . \quad (2.4)$$

Ein solches Vektorfeld kann durch sogenannte *Feldlinienbilder* anschaulich dargestellt werden. Bild 2.2 zeigt Feldlinienbilder unterschiedlicher Ladungsverteilungen. Den Feldlinienbildern kann so anschaulich die Richtung und der Betrag entnommen werden: Die vektorielle Größe \vec{E} ist dabei immer tangential zu den Feldlinien gerichtet und die Liniendichte deutet die Amplitude der Feldstärke an.

Wenn man sich den Verlauf der Feldlinien und damit die Richtung der Kraftwirkung auf eine positive Ladung in den Bildern ansieht, so fällt auf, dass diese immer von den positiven Ladungen weg- und zu den negativen Ladungen hinführen. Man könnte auch sagen, dass die positiven Ladungen die *Quellen* des elektrostatischen Feldes darstellen (hier entspringen die Feldlinien) und dass die negativen Ladungen die *Senken* sind (hier enden die elektrischen Feldlinien).

Die Feldlinien des elektrostatischen Vektorfeldes besitzen Anfang und Ende. Ein Vektorfeld, welches Quellen entspringt und in Senken endet, bezeichnet man als *Quellenfeld*.

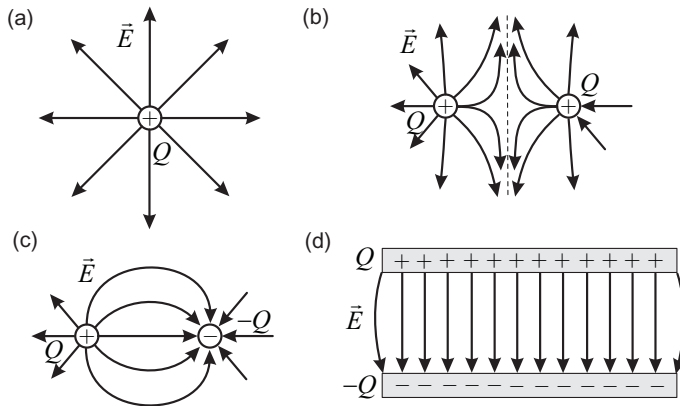


Bild 2.2 Elektrische Feldlinienbilder (a) einer positiven Punktladung, (b) zwischen zwei gleichnamigen Ladungen, (c) zwischen zwei ungleichnamigen Ladungen und (d) in einer Plattenkondensatoranordnung

Bewegen wir eine Ladung Q_2 nun im Feld einer anderen Ladung Q_1 , so geschieht diese Bewegung unter Einfluss einer Kraft. Die Physik lehrt uns, dass hierbei *Arbeit* verrichtet wird. Für den Fall der Verschiebung einer Ladung vom Punkt \vec{r}_A zum Punkt \vec{r}_B kann die Arbeit $W_{\vec{r}_A \vec{r}_B}$

berechnet werden.

$$W_{\vec{r}_A \vec{r}_B} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}_2 \cdot d\vec{s} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} Q_2 \vec{E}_1 \cdot d\vec{s} = Q_2 \underbrace{\int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{E}_1 \cdot d\vec{s}}_U = Q_2 U \quad (2.5)$$

Zwischen der Kraft \vec{F} und dem Wegelement $d\vec{s}$ steht das Skalarprodukt, so dass also stets nur der Kraftanteil in Richtung des Weges einen Betrag liefert. In Gleichung (2.5) kann die konstante Ladung Q_2 aus dem Integral gezogen werden. Das Linienintegral über die elektrische Feldstärke \vec{E} liefert nun eine neue Größe, die wir als *Spannung* bezeichnen.

$$U = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (2.6)$$

Die Spannung U ist im Gegensatz zur elektrischen Feldstärke E nun *keine Feldgröße* mehr, denn die Spannung ist zwischen zwei Punkten definiert und nicht an einem Raumpunkt.

Man kann nun aber in Anlehnung an den Spannungsbegriff eine neue Feldgröße definieren, indem man den Anfang oder den Endpunkt des Integrals als Referenzpunkt festhält. Dies führt zum Begriff des *elektrostatistischen Potentials* ϕ . Das Potential ϕ bezogen auf den Referenzpunkt \vec{r}_0 können wir mit Hilfe folgender Gleichung schreiben:

$$\phi_{\vec{r}_0}(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (2.7)$$

Das Potential stellt ein *Skalarfeld* dar, welches jedem Raumpunkt einen skalaren Potentialwert zuweist. Das Potential entspricht damit im statischen Fall der Spannung zwischen dem Raumpunkt \vec{r} und dem Referenzpunkt \vec{r}_0 .

Im Falle elektrostatischer Felder kann aus dem Potential auch direkt wieder die elektrische Feldstärke berechnet werden. Wir benötigen hierzu die Gradientenfunktion, die sich in kartesischen Koordinaten als Summe der partiellen Ableitungen in die drei kartesischen Raumrichtungen schreiben lässt.

$$\vec{E} = -\text{grad } \phi = -\nabla\phi = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\phi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\phi}{\partial z}\vec{e}_z\right) \quad (2.8)$$

Die Gradientenfunktion überführt das skalare Potentialfeld in ein Vektorfeld. Der Vektor $\text{grad } \phi$ zeigt dabei in jedem Raumpunkt stets in Richtung der *größten Änderung* der Potentialfunktion. Aus diesem Grund wird die Gradientenfunktion auch bei Optimierungen verwendet, denn auf der Suche nach einem Maximum oder Minimum kommt man in der Regel am schnellsten voran, wenn man sich in einer Richtung bewegt, in der die Funktionswerte sich besonders rasch ändern.

Interessant ist, dass es im Prinzip unendlich viele Potentialfelder gibt, da der Referenzpunkt \vec{r}_0 frei wählbar ist. Eine Verschiebung des Referenzpunktes verändert den Integrationsweg und

hebt damit das Potential insgesamt an oder senkt es ab, führt also zu einer additiven Konstante. Das elektrische Feld E ist aber durch seine Kraftwirkung auf Ladungen definiert und damit stets *eindeutig*. Bei der Gradientenfunktion werden nun nur Ableitungen des Potentials berücksichtigt, so dass eine additive Konstante der Potentialfunktion keine Auswirkung auf das elektrische Feld hat.

2.1.1.2 Polarisierung und relative Dielektrizitätszahl

Bislang haben wir Ladungen im freien Raum betrachtet. Kommen nun aber Materialien hinzu, so ist die Definition von weiteren Größen hilfreich. Betrachten wir gemäß Bild 2.3 einen Plattenkondensator, auf dessen Platten sich die Ladungsmengen $+Q$ und $-Q$ befinden. Zwischen den Platten bildet sich ein homogenes Feld \vec{E}_0 aus und wir können die Spannung U_0 bestimmen. Bringen wir nun ein Isoliermaterial (*Dielektrikum*) in den Plattenkondensator, so zeigt sich, dass die neue Spannung U_M zwischen den Platten gegenüber dem Fall ohne Isoliermaterial verringert ist. Entfernen wir das Isoliermaterial wieder, so erhalten wir den ursprünglichen Spannungswert U_0 .

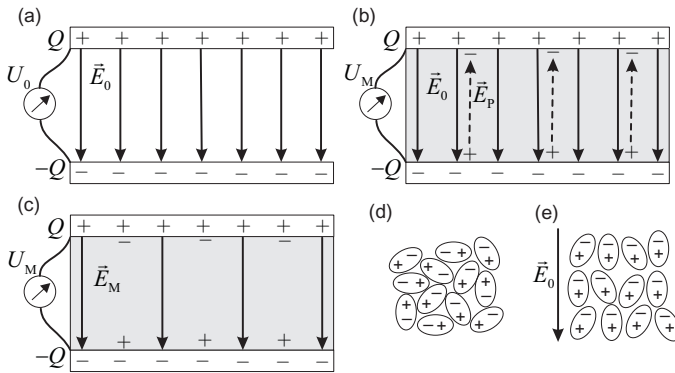


Bild 2.3 Zum Verständnis der Polarisierung: (a) luftgefüllter Plattenkondensator, (b) dielektrisches Material im Kondensator (Entstehung eines Gegenfeldes), (c) dielektrisches Material im Kondensator (reduziertes elektrisches Feld im Dielektrikum), (d) ungeordnete polarisierte Teilchen im Dielektrikum, (e) Orientierung von polarisierten Teilchen im Dielektrikum unter Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes

Durch Einbringen des Isolators in das elektrische Feld \vec{E}_0 richten sich polarisierte Teilchen im Isolator in Feldrichtung aus. Im Inneren gleichen sich nun die Ladungen jeweils wieder aus, an der Oberfläche ergibt sich jedoch eine resultierende Oberflächenladungsverteilung. Durch diese Ladungen entsteht im Dielektrikum ein Gegenfeld \vec{E}_P , welches sich dem ursprünglichen äußeren Feld \vec{E}_0 überlagert. In der Materie herrscht ein abgeschwächtes Feld \vec{E}_M mit dem Betrag

$$E_M = E_0 - E_P \quad . \tag{2.9}$$

Dieser Effekt wird als *Polarisation*¹ bezeichnet. Wie gut Materie polarisierbar ist, hängt vom inneren Aufbau ab. Wie oben gezeigt tritt der Effekt bei polarer Materie auf. Er ist aber ebenso bei

¹ Unglücklicherweise wird im Zusammenhang mit Wellen ebenfalls der Begriff der Polarisation verwendet, der dort aber eine ganz andere Bedeutung hat. Wir kommen darauf in Abschnitt 2.5.2 zu sprechen.

nicht polarer Materie zu beobachten. Stellen wir uns hierzu ein einfaches Modell eines unpolaren Teilchens vor: Um einen positiven Kern liegt eine negativ geladene Elektronenhülle; die Ladungsschwerpunkte von Kern und Elektronenhülle fallen dabei zusammen. Nach außen ist das Teilchen elektrisch neutral. Unter dem Einfluss eines äußeren Feldes wirken auf Kern und Hülle Kräfte in unterschiedlicher Richtung. Die Ladungsschwerpunkte wandern auseinander und es entsteht ein polares Teilchen.

Kehren wir zu unserem Gedankenexperiment mit dem Plattenkondensator zurück: Bei Füllung des Plattenkondensators mit dem Dielektrikum ergibt sich durch die verringerte elektrische Feldstärke im Medium eine reduzierte Spannung U_M .

$$U_M = \int_{\text{Untere Platte}}^{\text{Obere Platte}} \vec{E}_M \cdot d\vec{s} < U_0 \quad (2.10)$$

Am Anfang des Abschnitts haben wir beschlossen, uns nur mit makroskopischen Vorgängen zu beschäftigen, bei denen wir die Quantelung der Ladung vernachlässigen können und kontinuierliche Verteilungen annehmen. Nun beruht die vorherige anschauliche Interpretation der Polarisation auf mikroskopischen Überlegungen und ist somit wenig hilfreich, wenn wir den Effekt der Polarisation mathematisch einfach in einem makroskopischen Modell beschreiben wollen. Zur makroskopischen Beschreibung verwenden wir den Quotient zwischen der ursprünglichen und der reduzierten Spannung bzw. Feldstärke. Diese neue Größe nennen wir *relative Dielektrizitätszahl* ϵ_r .

$$\epsilon_r = \frac{E_0}{E_M} = \frac{U_0}{U_M} \quad (2.11)$$

Die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r ist eine dimensionslose Größe und für die meisten Materialien durch einen einfachen Zahlenwert größer als eins gegeben. Tabelle 2.1 listet relative Dielektrizitätszahlen für technisch wichtige Dielektrika auf. In der Praxis werden für erste Abschätzungen in der Regel idealisierte Materialien verwendet. Statt Luft und anderer Gase kann häufig vereinfachend von *Vakuum* ausgegangen werden.

Falls Materialien eine Richtungsabhängigkeit (Anisotropie) aufweisen, also für unterschiedliche Orientierungen des Materials im Kondensator sich verschiedene Spannungen ergeben, so erfolgt die Beschreibung durch eine Matrix.

2.1.1.3 Verhalten bei Wechselstrom

Bei Anlegen einer Wechselspannung wechselt die Ladung auf den Kondensatorplatten periodisch die Polarität. Die polaren Teilchen im Dielektrikum ändern daher mit der gleichen Frequenz ihre Lage. Mit zunehmender Frequenz sind die Teilchen nicht mehr in der Lage dem anregenden Feld \vec{E}_0 zu folgen. Die *feldschwächende Wirkung* lässt nach, so dass mit steigender Frequenz im Allgemeinen mit einem Abfall der relativen Dielektrizitätszahl gerechnet werden muss. Die Frequenzabhängigkeit $\epsilon_r(\omega)$ vieler Materialien kann mathematisch über sog. Debye-Beziehungen beschrieben werden [Det12]. Hierin gehen die statische relative Dielektrizitätszahl $\epsilon_r(0)$ sowie der Grenzwert für sehr hohe Frequenzen $\epsilon_r(\infty)$ und eine materialcharakteristische Größe (Relaxationszeit) ein. Viele technisch wichtige Dielektrika haben in ihrem technisch wichtigen Einsatzfrequenzbereich allerdings hinreichend konstante relative Dielektrizitätszahlen (Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1 Relative Dielektrizitätszahl ϵ_r und Verlustfaktor $\tan \delta_\epsilon$ wichtiger Isolationsmaterialien (im jeweils technisch wichtigen Frequenzbereich)

Material	ϵ_r	$\tan \delta_\epsilon$	Typische Anwendung
Vakuum, Luft	1	0	Füllmaterial bei Präzisionsleitungen
Polytetrafluorethylen (PTFE)	2,1	0,0002	Kabelisolationsmaterial
Glasfaserverstärktes Epoxidharz (FR4)	3,6 – 4,5	0,02	Substrat für planare Schaltungen
Aluminiumoxid (Al_2O_3)	9,8	0,0001	Substrat für planare Schaltungen
Galliumarsenid (GaAs)	12,5	0,0004	Integrierte Mikrowellenschaltungen

Mit der bei Wechselspannungen auftretenden ständigen Umorientierung der Teilchen sind Wärmeverluste verbunden. Wie wir in Abschnitt 2.2.4 noch genauer sehen werden, wird dieser Verlustmechanismus mit einem Verlustfaktor $\tan \delta_\epsilon$ beschrieben. Aus Gründen der besseren Auffindbarkeit in späteren Kapiteln sind die Verlustfaktoren bereits an dieser Stelle in Tabelle 2.1 mit enthalten [Mein92] [Goli08].

2.1.1.4 Dielektrische Verschiebungsdichte

Eine weitere wichtige Größe zur Beschreibung elektrischer Felder ist die *dielektrische Verschiebungsdichte* \vec{D} , die auch als *elektrische Flussdichte* bezeichnet wird. Bei ihrer Definition taucht die zuvor eingeführte relative Dielektrizitätszahl wieder auf.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (2.12)$$

Im Vakuum ist die dielektrische Verschiebungsdichte bis auf den konstanten Faktor ϵ_0 gleich der elektrischen Feldstärke. In Materialien kommt noch die relative Dielektrizitätszahl ϵ_r hinzu. Die Bedeutung dieser neuen Größe \vec{D} erkennen wir, wenn wir einen Blick auf die physikalische Einheit werfen: $[D] = \text{C}/\text{m}^2$, also Ladung pro Fläche.

Integriert man die dielektrische Verschiebungsdichte über eine Fläche A , so erhält man den durch diese Fläche gehenden *elektrischen Fluss* Ψ_e .

$$\Psi_e = \iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad (2.13)$$

Auf die Bedeutung des elektrischen Flusses kommen wir noch einmal im Zusammenhang mit den Maxwell'schen Gleichungen in Integralform (Abschnitt 2.2.3) zurück. Dort erhalten wir auch eine anschauliche Interpretation.

2.1.1.5 Elektrische Feldenergie und Kapazität

Unter Verwendung der bislang eingeführten elektrischen Feldstärke \vec{E} und der dielektrischen Verschiebungsdichte \vec{D} können wir jedem Raumpunkt eine *elektrische Energiedichte* w_e zuweisen. Ist das felderfüllte Medium linear (d. h. die Materialgröße ϵ_r ist für große wie kleine Werte der elektrischen Feldstärke E gleich) und isotrop (d. h. richtungsunabhängig), so gilt:

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E}|^2 \quad (2.14)$$

Die Gesamtenergie W_e in einem Volumen V kann durch Integration über dieses Volumen bestimmt werden.

$$W_e = \iiint_V w_e \, d\nu = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{D} \cdot \vec{E} \, d\nu = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E}|^2 \, d\nu \quad (2.15)$$

Die gespeicherte elektrische Energie ist in der Netzwerktheorie von besonderer Bedeutung, da sie eng mit dem Begriff der *Kapazität* verknüpft ist. Betrachten wir einen Plattenkondensator mit der Kapazität C und der Spannung U zwischen den Platten, so besteht der folgende Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldenergie im felderfüllten Bereich des Kondensators und der Kapazität:

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E}|^2 \, d\nu = \frac{1}{2} C U^2 \quad (2.16)$$

Ein Kondensator speichert elektrische Energie. Die Kapazität C ist – bei gegebener Spannung U – ein Maß für die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie.

Die Kapazität ist eine wichtige Größe, wenn es darum geht, die Fähigkeit der Ladungsspeicherung auszudrücken.

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2.17)$$

Für einen mit einem Dielektrikum (ϵ_r) gefüllten Plattenkondensator mit der Plattenfläche A und dem Plattenabstand d gilt näherungsweise der einfache Zusammenhang:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad (\text{Plattenkondensator}). \quad (2.18)$$

2.1.2 Stationäre elektrische Strömungsfelder und magnetische Felder

Wir erweitern unsere Betrachtung auf bewegte Ladungen und gelangen so zu magnetischen Feldgrößen. Auch hier beschränken wir uns zunächst auf den zeitunabhängigen (statischen) Fall und erklären die Bedeutung der Netzwerkgrößen Stromstärke, Widerstand und Induktivität.

2.1.2.1 Stromdichte, Leistungsdichte und Widerstand

In den bisherigen Abschnitten haben wir ruhende Ladungen und die von ihnen erzeugten elektrischen Quellenfelder eingeführt. Nun untersuchen wir Ladungen, die ihre Lage im Raum ändern; wir werden sehen, dass es dann zur Entstehung von magnetischen Feldern kommt. Zunächst aber müssen wir wichtige Begriffe einführen, die die Bewegung von Ladungen beschreiben. Die *Stromstärke* I gibt die Ladungsmenge ΔQ an, die in einem Zeitintervall Δt durch eine Querschnittsfläche A fließt.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (2.19)$$

Die Stromstärke I ist dabei eine integrale Größe (es wird über eine Fläche integriert), die auch vorzeichenbehaftet ist. Die Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger gibt die positive Richtung der Stromstärke an. In einem elektrischen Leiter sind die negativ geladenen Elektronen frei beweglich, so dass sich die positive Richtung des Stromes hier entgegen der Bewegungsrichtung der Elektronen ergibt. Es können auch gleichzeitig positive und negative Ladungsträger zum Strom beitragen. Die Anteile addieren sich dann (Bild 2.4a).

Wollen wir die räumliche Verteilung des Stromflusses durch eine Feldgröße erfassen, so bietet sich die *elektrische Stromdichte* \vec{J} an. Die Stromdichte \vec{J} ist eine vektorielle Feldgröße, die die Bewegung der Ladungsträger im Raum beschreibt.

Die Stromdichte $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r})$ ist eine *lokale Größe* (Vektorfeld) im Gegensatz zur Stromstärke I , die eine *integrale* Größe ist und immer in Beziehung zu einer Bezugsfläche A steht (Bild 2.4b).

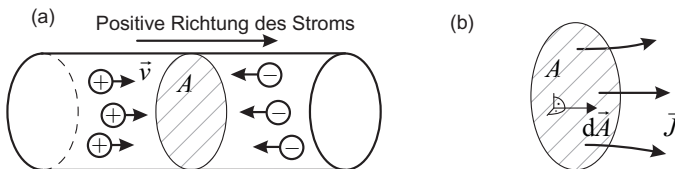


Bild 2.4 Stromstärke (a) beschrieben durch die Bewegung von Ladungsträgern und (b) in Abhängigkeit der elektrischen Stromdichte

Durch Integration der Stromdichte \vec{J} über eine Fläche A erhält man die Stromstärke I .

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (2.20)$$

Im leitfähigen Material ist die Stromdichte über die elektrische Leitfähigkeit mit der elektrischen Feldstärke verknüpft. Fließt durch einen idealen Leiter ($\sigma \rightarrow \infty \text{ S/m}$) ein Strom, so muss die elektrische Feldstärke \vec{E} verschwinden, damit die Stromdichte \vec{J} endlich bleibt.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.21)$$

Bei endlicher Leitfähigkeit σ ergibt sich die Leistungsdichte p in jedem Raumpunkt als Produkt der elektrischen Stromdichte und der elektrischen Feldstärke.

$$p = \vec{J} \cdot \vec{E} = \sigma |\vec{E}|^2 \quad (2.22)$$

Die in einem stromdurchflossenen Volumen V umgesetzte Verlustleistung P erhalten wir durch Integration über das Volumen.

$$P = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} dv \quad (2.23)$$

Aus der Schaltungstheorie ist bekannt, dass in einem Widerstand R Verlustleistung umgesetzt wird.

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad (2.24)$$

Mit Hilfe von Leistung und Strom können wir die aus der Netzwerktheorie wichtige Größe des ohmschen Widerstandes R mit den feldtheoretischen Größen \vec{E} und \vec{J} verknüpfen.

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} \, dV \quad (2.25)$$

Für einen zylindrischen Leiter mit der Querschnittsfläche A , der Länge ℓ und der elektrischen Leitfähigkeit σ ergibt sich im Gleichstromfall² der folgende Widerstand.

$$R = \frac{\ell}{\sigma A} \quad (2.26)$$

Leitfähigkeitswerte σ für einige in der Hochfrequenztechnik wichtige metallische Leiter sind in Tabelle 2.2 zusammengestellt [Mein92].

Tabelle 2.2 Elektrische Leitfähigkeit wichtiger elektrischer Leiter

Material	$\sigma/10^7$ S/m	Typische Anwendung
Idealer Leiter (PEC)	∞	Nicht realisierbar; Idealisiertes Modell für sehr gute Leiter
Kupfer (Cu)	5,7	Standardleitermaterial für Leitungen und Schaltungen
Silber (Ag)	6,1	Leitermaterial
Gold (Au)	4,1	Bonddrähte in Mikrowellenschaltungen
Aluminium (Al)	3,5	Leitermaterial

Die Leitfähigkeitswerte sind temperaturabhängig, die Werte gelten bei Raumtemperatur. Für gute Leiter (Kupfer, Gold, Silber, Aluminium) wird für einfache Abschätzungen oft zunächst von einem *idealen elektrischen Leiter* ausgegangen (Englisch: PEC = *Perfect Electric Conductor*).

2.1.2.2 Magnetische Feldstärke und magnetisches Vektorpotential

In der Natur existieren Objekte aus magnetischen Materialien, die sich – je nach Orientierung zueinander – anziehen bzw. abstoßen. Man kann sich die Kraftwirkung solcher (Permanent-) Magnete aufeinander veranschaulichen, indem man einem Magneten zwei Pole (Nordpol und Südpol) zuordnet und sich magnetische Feldlinien vorstellt, die aus dem Nordpol austreten und im Südpol wieder in den Magneten eintreten (Bild 2.5a).

Zerbricht man einen Magneten, so stellt man fest, dass die Bruchstücke selbst wieder Nord- und Südpol besitzen. Es gibt keine isolierten Nord- bzw. Südpole. Dies drückt sich auch darin aus, dass magnetische Feldlinien immer geschlossen sind.

Magnetische Feldlinien sind stets geschlossen. Die Feldlinien besitzen keinen Anfang und kein Ende. Das magnetische Feld ist daher ein *Wirbelfeld*.

² Die Formel setzt voraus, dass die wandernden Ladungsträger sich gleichmäßig über die Querschnittsfläche verteilen, d. h. die Stromdichte konstant ist. Bei hohen Frequenzen ist dies aber nicht der Fall. In Abschnitt 2.4 lernen wir die Skintiefe als wichtige Größe zur Beschreibung kennen.

Wichtige Größen zur Beschreibung magnetischer Felder sind die *magnetische Feldstärke* \vec{H} und die *magnetische Flussdichte* \vec{B} (auch *magnetische Induktion*). Die Größen sind über folgende Beziehung miteinander verbunden:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.27)$$

Hierbei sind $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$ die *Permeabilitätskonstante* und μ_r die *relative Permeabilitätszahl*, die die Magnetisierbarkeit der Materie beschreibt.

Im Rahmen dieses Buches wollen wir uns nicht mit Permanentmagneten beschäftigen, sondern allein mit technisch erzeugten magnetischen Feldern. Man stellt fest, dass magnetische Felder in der Nähe von Strömen auftreten. Ströme – also bewegte Ladungen – sind die Ursachen von magnetischen Feldern. Dies gilt übrigens auch für Permanentmagnete: Hier sind es Kreisströme auf atomarer Ebene.

Als einfaches Beispiel, auf das wir später detaillierter zurückkommen wollen, betrachten wir einen langen stromdurchflossenen Linienleiter. Dieser ist von kreisförmigen magnetischen Feldlinien umgeben (Bild 2.5b). Die Richtung des magnetischen Feldes ergibt sich durch die Rechte-Hand-Regel: Wird der Linienleiter mit der rechten Hand umgriffen und zeigt der Daumen dabei in Richtung des Stromes, so geben die anderen Finger den Umlaufsinn des magnetischen Feldes an.

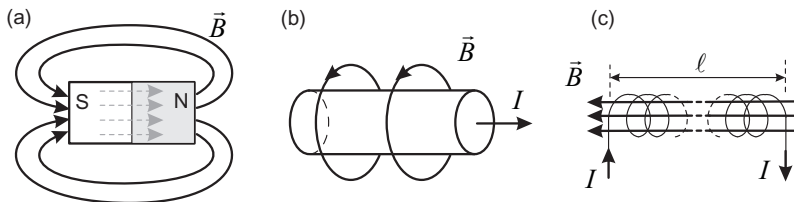


Bild 2.5 Magnetische Feldstärke (a) in der Umgebung eines Permanentmagneten, (b) um einen stromdurchflossenen Leiter und (c) im Innern einer langgestreckten Zylinderspule

Im Falle des elektrostatischen Feldes hatten wir eine skalare Potentialfunktion ϕ kennengelernt, aus der sich mittels Gradientenbildung die räumliche Verteilung der elektrischen Feldstärke berechnen lässt. Hier können wir ebenfalls eine Potentialfunktion, das *magnetische Vektorpotential* \vec{A} , einführen. Hierbei handelt es sich um eine vektorielle Funktion, die keine unmittelbar anschauliche Bedeutung besitzt, jedoch als Hilfsgröße beim Lösen von mathematischen Feldproblemen vorteilhaft ist. Wir werden diesen Zusammenhang in Kapitel 7 bei der Berechnung von Antennenstrahlungsfeldern verwenden. Die magnetische Flussdichte \vec{B} kann aus der Hilfsgröße \vec{A} durch Rotation berechnet werden. Auf die anschauliche Interpretation der Rotation gehen wir in Abschnitt 2.1.3 ein.

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.28)$$

Integriert man die magnetische Flussdichte über eine Fläche A , so erhält man den durch diese Fläche gehenden *magnetischen Fluss* Ψ_m .

$$\Psi_m = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (2.29)$$

Auf die Bedeutung des magnetischen Flusses kommen wir im Zusammenhang mit den Maxwell'schen Gleichungen in Integralform (Abschnitt 2.2.3) zurück.